

Halmazelmélet Gyakorlat
2012. március 23.

1. Hány különböző jólrendezése adható meg a természetes számoknak?
2. Hány különböző $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ monoton függvény van?
3. Hány különböző részhalmaza adható meg $\mathbb{N}$ -nek, hogy bármely kettő tartalmazás relációban álljon?
4. Igazoljuk, hogy minden megszámlálható rendezés beágyazható $(\mathbb{Q}, <)$ -be!
5. Hány különböző páronként nem izomorf $(B, <) \leq (\mathbb{Q}, <)$ rendezés adható meg?
6. Egy $(H, <)$ rendezés sűrű, ha $(\forall x, y \in H)(x < y \implies (\exists z)(x < z < y))$. Bizonyítsuk be, hogy egy megszámlálható halmaz rendezése pontosan akkor izomorf $(\mathbb{Q}, <)$ -bel, ha végpont nélküli és sűrű!
7. Igazoljuk, hogy minden, szakaszt nem tartalmazó perfekt halmaz homeomorf a Cantor-halmazzal!
8. Lássuk be hogy tetszőleges $\{I_i : i \in J\}, I_i \subset \mathbb{R}$
 - (a) nyílt intervallumokból
 - (b) nem elfajuló intervallumokbólálló rendszerből kiválasztható egy megszámlálható, melynek ugyanaz az uniója!
9. Igazoljuk, hogy ha egy $H \subset \mathbb{R}^2$ halmaz minden függőleges egyenest véges sok pontban metsz, akkor van egy olyan vízszintes egyenes amely $\mathbb{R}^2 \setminus H$ -t c sok pontban metszi.