

Fejezetek az analízisből

1. Feladatsor
2016. február 9.

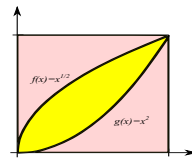
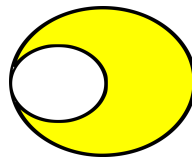
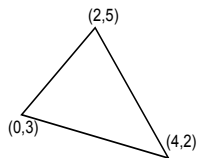
1. Korlátosak-e alulról, illetve felülről a következő halmazok? Ha igen, adjunk meg alsó, illetve felső korlátokat! Határozzuk meg a halmazok minimumát, maximumát, infimumát és szuprimumát, ha vannak!

- | | |
|---|---|
| (a) $[0, 1]$ | (f) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}^+\}$ |
| (b) $\{2, 7, \pi, e, e^2\}$ | (g) $\{\frac{1}{n} + \frac{1}{k} : n, k \in \mathbb{N}^+\}$ |
| (c) $A \subset \mathbb{R}$ véges halmaz | (h) A negatív irracionális számok halmaza |
| (d) $(0, 1]$ | |
| (e) $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$ | |

2. Határozzuk meg a következő függvények esetében a $[0, 1]$ intervallumban a Riemann-integrál definíciójában szereplő az alsó, illetve a felső összegek halmazát! Határozzuk meg az alsó összegek halmazának a szuprimumát, és a felső összegek halmazának infimumát!

- | | |
|---|---|
| (a) $f(x) = 1$ | (d) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x = \frac{1}{2} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$ |
| (b) $f(x) = x$ | |
| (c) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \text{ racionális} \\ 0, & \text{ha } x \text{ irracionális} \end{cases}$ | |

3. Határozzuk meg kordinátarendszer és egyenlőtlenségek segítségével az alábbi alakzatok belsejében levő pontok halmazát!



4. Határozzuk meg az $f(x, y) = 8x^3 + y^3 + 6xy$ függvény lokális szélsőértékeit, ha vannak, azok típusát, és keressük meg a nyeregpontokat is, ha vannak!
5. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = 2x - 5y + z$ függvény maximumát és minimumát az origó középpontú 2 sugarú gömb felszínén!
6. Határozzuk meg $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$ maximumát és minimumát, ha α, β, γ egy háromszög szögei!