

Analízis 3 Alk. Mat. gyakorlat

8. feladatsor

2013. november 11.

1. Tegyük fel, hogy az $y(x)$ sima függvény kielégíti az

$$y^2 + 2y^5 + e^{2x-2} - (x-1)^4 = 0$$

egyenletet az $x_0 = 1$ pont egy környezetében és $y(1) = -1$. Van-e $y(x)$ -nek lokális szélsőértéke 1-ben? És inflexiós pontja?

2. Számítsuk ki a szélsőértékeit a megadott tartományon:

(a) $x^2 + y^2 - 12x + 16y, x^2 + y^2 \leq 25$;

(b) $x^2 + 2y^2 + 3z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$;

(c) $x + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{2}{z}, x, y, z > 0$;

(d) $x + y + z, x^2 + y^2 \leq z \leq 1$;

(e) $x^2 - xy + y^2, |x| + |y| \leq 1$;

(f) $(x+y)e^{-x-2y}, x, y \geq 0$;

(g) $\sin x + \sin y + \sin z - \sin(x+y+z), 0 \leq x, y, z \leq \pi$;

(h) $(x^2 + y^2) \log(x^2 + y^2), (x, y) \neq (0, 0)$;

3. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = x + y + z$ függvény maximumát az $x^2 + y^2 = 1$ és $2x + z = 1$ feltételek mellett!

4. Két különböző közeget a $z = 0$ sík választ el egymástól. A $z > 0$ féltérben a fény terjedési sebessége v_1 a $z < 0$ féltérben pedig v_2 . Számoljuk ki a fény útját az $A(0, 1, 2)$ és a $B(-1, -2, -3)$ pontok között! (A Fermat-elv alapján a fény két pont között a lehető legrövidebb idő alatt megtehető úton halad.)

5. Határozzuk meg az alábbi implicit módon megadott függvények esetén a $z(x, y)$ függvény parciális deriváltjait, és számoljuk ki, hogy mely pontokban teljesül az implicitfüggvény-tétel feltétele:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(b) $x + y + z = e^z$

6. Legyen $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ egy sima síkgörbe. Tudjuk, hogy az x_0 pont egy környezetében a γ görbe megegyezik egy $f(x)$ sima függvény grafikonjával. Határozzuk meg $f'(x_0)$ -t és $f''(x_0)$ -t az $x(t), y(t)$ függvények és deriváltjaik függvényében!