Analízis 3 Gyakorlat
2011. november 15.

Röpdolgozat

1. Legyen $f(x, y) = (6x + y^2, x^3 + 20y)$, $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ leképezés. Adott ϵ-hoz alkalmas δ-t találva mutassuk meg, hogy f folytonos a $(0, 3)$ pontban.

2. Mikor mondjuk, hogy egy $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ függvény egyenletesen folytonos?

---

1. Legyen $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}$. Határozzuk meg az $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ leképezés deriváltját!

2. Határozzuk meg a következő mátrixok által megadott lineáris leképezések normáját:

   (a) $(1, 1)$,

   (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,

   (c) $\begin{pmatrix} 2\cos(\alpha) & -2\sin(\alpha) \\ 2\sin(\alpha) & 2\cos(\alpha) \end{pmatrix}$.

3. Adjuk meg annak a forgási paraboloidnak az egyenletét, melyet a $z = x^2$ grafikonjának a z tengely körüli megpörgetésével kapunk. Írjuk fel a felület $(1, 1, 2)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

4. Tegyük föl, hogy $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ differenciálható leképezés és $||\gamma(t)|| = 1$ teljesül ha $t \in \mathbb{R}$. Mutassuk meg, hogy $\gamma'(t) \cdot \gamma(t) = 0$ (ahol $\cdot$ a skalárszorzat)! Mi a feladat geometriai jelentése?

5. Legyen $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \frac{x_1 x_2}{1+x_2}$, $f' =?$ $\nabla f =?$ Milyen meredek az $x_3 = f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ felület az $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ pontban, a $v = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ irányban?

6. Konstruáljunk olyan $f(x, y)$ kétváltozós függvényt, mely csak a $(0, 0)$-ban differenciálható, minden más pontban még csak nem is folytonos.

7. Konstruáljunk olyan $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvényt, mely mindenütt parciálisan differenciálható, de az origó egyetlen környezetében sem korlátos!