

Házi feladat a március 25-i gyakorlatra
(Feladva március 11-én)

1. Bizonyítsuk be, hogy egy Sperner rendszer pontosan akkor ad egyenlőséget a LYM egyenlőtlenségben, ha valamilyen fix k elemszámra az n elemű alaphalmaz összes k elemű részalmazát tartalmazza (és semmi mást)!
2. Legyen D olyan irányított gráf, amiben ha az u csúcsból v -be mutat él, akkor a v -ből u -ba mutató él is eleme az élhalmaznak. (Vagyis minden pontpár vagy összekötetlen, vagy "oda-vissza" össze van kötve.)

Mutassuk meg, hogy ekkor

$$\chi(L(D)) = \min \left\{ k : \binom{k}{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \geq \chi(D) \right\}.$$

3. Egy hipergráf τ -kritikus, ha tetszőleges élét elhagyva a τ értéke csökken, azaz $\tau(\mathcal{H} \setminus \{E\}) < \tau(\mathcal{H})$ minden $E \in \mathcal{E}(\mathcal{H})$ esetén.

Mutassuk meg, hogy ha \mathcal{H} r -uniform τ -kritikus hipergráf, amire $\tau(\mathcal{H}) = t$, akkor

$$|\mathcal{E}(\mathcal{H})| \leq \binom{r+t-1}{r}.$$