Házi feladat a március 8-i gyakorlatra
(Feladva március 1-én)

1. Mutassuk meg, hogy egy n elemű halmaz összes részhalmazának halmaza partícionálható $\binom{n}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ láncra. (Halmazok egy halmaza láncot alkot, ha közöttük bármelyik kettőre igaz, hogy az egyik tartalmazza a másikat.)

   (Megjegyzés: Gyakorlaton megbeszéltük, hogy a fenti állításból azonnal adódik a Sperner tétel, hiszen egy Sperner rendszer egy ilyen láncokra való partíció minden láncából legfeljebb egy elemet tartalmazhat, ezért nem lehet $\binom{n}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$-nél több eleme.)

2. Jellemezzük azokat a Sperner rendszereket, amelyek egyenlőséget adnak a LYM egyenlőtlenségben!

   Múltkorról megmaradt még az alábbi feladat.

3. Tízenöt rabló egy többzáras ládában őrzi a kincsét. Minden rablónak bizonyos zárakhoz van kulcsa, egy zárhoz esetleg többnek is. A rablók kétfélék, öten főrablók és tízen alrablók. A kulcsok úgy vannak elosztva, hogy a rablók egy A részhalmaza pontosan akkor tudja a birtokában levő kulcsokkal kinyitni a ládát, ha vagy van A-ban legalább négy alrabló, vagy legalább két alrabló mellett legalább egy főrabló.

   Legalább hány zár szükséges a fenti feltételek teljesüléséhez?