

**Házi feladat a március 29-i gyakorlatra**  
(Feladva március 22-én)

1. Legyen  $D$  olyan irányított gráf, amiben ha az  $u$  csúcsból  $v$ -be mutat él, akkor a  $v$ -ből  $u$ -ba mutató él is eleme az élhalmaznak. (Vagyis minden pontpár vagy összekötetlen, vagy "oda-vissza" össze van kötve.)

Mutassuk meg, hogy ekkor

$$\chi(L(D)) = \min \left\{ k : \binom{k}{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \geq \chi(D) \right\}.$$

2. Hány csúcsa van a  $KG(n, k)$  Kneser gráfban található legnagyobb csúcsszámú teljes páros részgráfnak?
3. Mutassuk meg, hogy az alábbi módon a  $KG(n, k)$  Kneser gráf optimális színezéséhez jutunk!

Partícionáljuk az  $n$  elemű alaphalmazt tetszőleges módon  $n - 2k + 2$  darab, egyenként páratlan elemszámú részhalmazára,  $S_1, S_2, \dots, S_{n-2k+2}$ -re. Ezután a Kneser gráf minden csúcsát egy olyan  $i$  színnel színezzük, amire igaz, hogy az illető csúcs által reprezentált  $k$  elemű halmaz  $S_i$  elemeinek több mint a felét tartalmazza.