

## Házi feladat a március 1-i gyakorlatra

(Feladva február 22-én)

1. Egy  $M$  üzenet kódolását lehetővé tevő WUM (Write-Unidirectional Memory, azaz egyirányúan átírható memória) kód egy olyan  $A_1, \dots, A_M$  és  $B_1, \dots, B_M$   $0-1$  sorozatok halmazaiból álló rendszer, ahol  $\forall i : A_i, B_i \subseteq \{0, 1\}^n$ , és emellett fennáll

- (Dekódolhatóság)

$$\forall i \neq j : A_i \cap A_j = \emptyset, B_i \cap B_j = \emptyset;$$

- (Átírhatóság)

$$\forall j, \forall x \in \cup_{i=1}^M A_i : \exists y \in B_j, y \geq x;$$

és

$$\forall j, \forall y \in \cup_{i=1}^M B_i : \exists z \in A_j, z \leq y.$$

(Itt  $a \geq b$ ,  $a, b \in \{0, 1\}^n$  esetén azt jelenti, hogy  $a$  minden koordinátája legalább akkora, mint  $b$  megfelelő koordinátája. Vagyis bármely  $x \in \cup_{i=1}^M A_i$  a memória aktuális állapota, az átírható egy a  $j$ -edik üzenetet jelentő  $y$  kódszóvá úgy, hogy csak 0-kat kell átírni 1-re és hasonlóan, bármely  $y \in \cup_{i=1}^M B_i$  a memória aktuális állapota, az átírható egy a  $j$ -edik üzenetet jelentő  $z$  kódszóvá úgy, hogy csak 1-eseket kell átírni 0-ra.)

Egy WUM kód hatékonyságát az

$$R = \frac{\log_2 M}{n}$$

hányados méri.

**Feladat:** Adjunk meg minden páros  $n$ -re (legalább)  $R = \frac{1}{2}$  hatékonyságú WUM kódot.

2. Tízenöt rabló egy többzáras ládában őrzi a kincsét. Minden rablónak bizonyos zárakhoz van kulcsa, egy zárhoz esetleg többnek is. A rablók kétfélék, öten főrablók és tízen alrablók. A kulcsok úgy vannak elosztva, hogy a rablók egy  $A$  részhalmaza pontosan akkor tudja a birtokában levő kulcsokkal kinyitni a ládát, ha vagy van  $A$ -ban legalább négy alrabló, vagy legalább két alrabló mellett legalább egy főrabló.

Legalább hány zár szükséges a fenti feltételek teljesüléséhez?