

A február 25-i gyakorlaton megoldott feladatok

1. Tegyük fel, hogy egy r -uniform \mathcal{H} hipergráf bármely $r+1$ élének van közös csúcsa. Mutassuk meg, hogy ekkor az összes élnek van közös csúcsa, azaz

$$\tau(\mathcal{H}) = 1.$$

2. Egy M üzenet kódolását lehetővé tevő WUM (Write-Unidirectional Memory, azaz egyirányúan átírható memória) kód egy olyan A_1, \dots, A_M és B_1, \dots, B_M $0-1$ sorozatok halmazából álló rendszer, ahol $\forall i : A_i, B_i \subseteq \{0, 1\}^n$, és emellett fennáll

- (Dekódolhatóság)
 $\forall i \neq j : A_i \cap A_j = \emptyset, B_i \cap B_j = \emptyset;$
- (Átírhatóság)
 $\forall j, \forall x \in \cup_{i=1}^M A_i : \exists y \in B_j, y \geq x;$
és
 $\forall j, \forall y \in \cup_{i=1}^M B_i : \exists z \in A_j, z \leq y.$

(Itt $a \geq b, a, b \in \{0, 1\}^n$ esetén azt jelenti, hogy a minden koordinátája legalább akkora, mint b megfelelő koordinátája. Vagyis bármely $x \in \cup_{i=1}^M A_i$ a memória aktuális állapota, az átírható egy a j -edik üzenetet jelentő y kódszóvá úgy, hogy csak 0-kat kell átírni 1-re és hasonlóan, bármely $y \in \cup_{i=1}^M B_i$ a memória aktuális állapota, az átírható egy a j -edik üzenetet jelentő z kódszóvá úgy, hogy csak 1-eseket kell átírni 0-ra.)

Egy WUM kód hatékonyságát az

$$R = \frac{\log_2 M}{n}$$

hányados méri.

Feladat: Adjunk meg (legalább) $R = \frac{1}{2}$ hatékonyságú WUM kódot (minden páros n -re).