

Feladatok (2020. ápr. 23.)

(Az órán nem megbeszélte feladatok a házi feladatok között szerepelnek)

1. (Fordított Páratlanváros): A 99 lakosú Fordított Páratlanvárosban úgy szól az Egyesületi Törvény, hogy minden egyesület taglétszáma páros szám kell, hogy legyen és bármely két különböző egyesületnek csak páratlan számú közös tagja lehet. Mennyi a Fordított Páratlanvárosban alakítható egyesületek maximális száma?

(A fenti feladat házi feladat maradt, de elhangzott az optimum értéke és egy optimális konstrukció.)

2. (a) [Kétrészes Páratlanváros]: Páratlanvárost egy foyó szeli ketté, ennek egyik partján Páratlanóváros, másik partján Páratlanújváros kerül el. A két városrészben megalapítják a  $B_1, \dots, B_m$  és  $J_1, \dots, J_m$  klubokat (tehát mindkét városrészben ugyanannyit). A két városrésznek összesen  $n$  lakója van, és mindenki egyaránt tagja lehet Páratlanóvárosban és Páratlanújvárosban alapított klubnak, az hogy melyik klub hova tartozik, pusztán a bejegyzése helyét és így a  $\{B_i\}_{i=1}^m$  vagy  $\{J_i\}_{i=1}^m$  klubcsaládba tartozását határozza meg. Szabály viszont, hogy minden  $i$ -re  $|B_i \cap J_i|$ -nek páratlannak, és minden  $k \neq i$ -re  $|B_i \cap J_k|$ -nak párosnak kell lennie.

Mutassuk meg, hogy ekkor  $m \leq n$ .

- (b) [Kétrészes Ferde Páratlanváros]: Mutassuk meg, hogy a fentiekben  $m \leq n$  már abból is következik, ha a második feltételen lazítunk annyit, hogy  $|B_i \cap J_k|$  párosságának elegendő minden  $i < k$  esetén fennállnia.