

(A) Alapok

1. Nullad- és elsőrendű nyelvek szintaxisa (a nyelvek szimbólumai, formulák, termek).
2. Kiértékelések, struktúrák, a nullad- és elsőrendű formulák jelentése.
3. Egy elsőrendű formula igazsága csak a benne szereplő szabad változók értékeitől függ.
4. Formulák ekvivalenciája, a szemantikus következmény fogalma.
5. Funkcionális teljesség. Minden nulladrendű formula ekvivalens egy DNF-el ill. KNF-el.
6. Minden elsőrendű formula ekvivalens egy prenex-alakúval.
7. Izomorfizmus. Alapvető modellkonstrukciók (homomorf kép, részstruktúra, direkt-szorzat). A részstruktúra-képzés megőrzi az univerzális formulák igazságát.

(B) Ultraszűrők, ultraszorzatok

1. Ultraszűrő fogalma, létezése, véges halmaz felett minden ultraszűrő fő-ultraszűrő.
2. Minden véges metszet tulajdonságú halmazrendszer kiterjeszthető szűrővé, minden szűrő kiterjeszthető ultraszűrővé.
3. Az ultraszorzat definíciója. Łoś-lemma.
4. Reguláris ultraszűrők, létezésük, κ -reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatvány számossága.
5. Az elemi ekvivalencia fogalma. A felszálló Löwenheim-Skolem tétel. Minden végtelen struktúrához van vele nem izomorf, de elemien ekvivalens másik struktúra.
6. A kompaktsági tétel két alakja és ultraszorzos bizonyítása.
7. Elsőrendben axiomatizálható és végesen axiomatizálható modellosztályok jellemzése.
8. Skolemizálás. Elemi részstruktúrák. A leszálló Löwenheim-Skolem tétel.

(C) Levezetési rendszerek és teljességük

1. Az itéletkalkulus axiómái, következtetési szabálya, a Ded operátor lezárási operátor.
2. Dedukciós tétel.
3. Ellentmondásos formulahalmaz fogalma, $\Sigma \vdash \varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$ ellentmondásos; $\Sigma \vdash \neg\varphi$ pontosan akkor, ha $\Sigma \cup \{\varphi\}$ ellentmondásos. Ellentmondásos formulahalmazból minden levezethető.
4. Nulladrendű helyességi tétel (azaz, ha $\Sigma \vdash \varphi$, akkor $\Sigma \models \varphi$).
5. Minden ellentmondástalan nulladrendű formulahalmaz kiterjeszthető egy teljes, ellentmondástalan formulahalmazra.
6. Nulladrendű teljességi tétel (azaz, ha $\Sigma \models \varphi$, akkor $\Sigma \vdash \varphi$).
- 7*. Az elsőrendű teljességi tétel (vázlatosan).

(D) Rezolúció

1. Nulladrendű klózok, rezolúciós levezetés. Ha $\Gamma \vdash_R \Box$ akkor a Γ klózhalmoz kielégíthetetlen.
2. A nulladrendű rezolúciós kalkulus cáfolati teljessége.
3. Az alaprezolúció módszere, helyessége, cáfolati teljessége.

(E) Nemteljességi Tételkör

1. Primitív rekurzív és rekurzív függvények, relációk. Σ_0 -formulák, az általuk definiált relációk rekurzívak.
2. A Gödel-féle β függvényből származtatott sorozatkódolás, és a rá vonatkozó tétel.
3. Rekurzívan felsorolható relációk, Σ -formulák és kapcsolatuk. Van rekurzívan felsorolható, nem rekurzív reláció.
4. Ha a Σ formulahalmaz teljes és rekurzív, akkor $Ded(\Sigma)$ rekurzív, ha Σ rekurzívan felsorolható, akkor $Ded(\Sigma)$ rekurzívan felsorolható. $TH(\mathcal{N})$ nem axiomatizálható rekurzívan felsorolhatóan.
5. A Robinson-féle Q axiómarendszer modelljei, ezek sztenderd részei, kapcsolatuk a korlátos kvantoros formulákkal.
6. Q -ban minden rekurzív reláció reprezentálható.
7. A Fixpont tétel. Gödel első nemteljességi tétele.

2024 tavasz.