1. Legyen $I : x_i \mapsto i^2 + 1 \bmod 2$ adott értékelés. Igaz-e, hogy $I \models (x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_3 \wedge x_2)$?

2. Írd fel a modulo 2 összeadás ($\oplus$) és szorzás ($\odot$) igazságtáblázatát. Legyen $x|y$ az $\neg(x \wedge y)$ rövidítése (ezt Sheffer-vonalnak hívják). Írd fel az igazságtáblázatát.

3. Ekvivalens-e $(A \to B) \to C$ és $A \to (B \to C)$? Írd fel az igazságtáblázatokat!

4. Adj meg olyan, csak $\neg, \to$ jeleket használó formulát, aminek az igazságtáblázata megegyezik $x \vee y$ igazságtáblázatával. Fel tudod írni a $\vee, \wedge, \neg$ műveleteket a $|$ segítségével?

5. Valaki megadott $2^{2^n} + 1$ ítéletkalkulusbeli formulát úgy, hogy mindegyikben ugyanaz az n darab változójel szerepel. Mutasd meg, hogy ekkor van két olyan formula, ami ekvivalens.

6. Adj meg egy $\mathcal{A}$ struktúrát és egy φ formulát (alkalmas nyelven), hogy sem $\mathcal{A} \models \varphi$ sem $\mathcal{A} \models \neg\varphi$ nem igaz.

7. Melyik teljesül az alábbiak közül?
   - **(a)** $\mathbb{Q} \models \forall x \forall y \exists z (x < z < y)$,
   - **(b)** $\mathbb{Q} \models \exists y (y^2 + 1 = 0)$,
   - **(c)** $\mathbb{C} \models \exists y (y^2 + 1 = 0)$,
   - **(d)** $\mathbb{Q} \models [\forall y (y > 0)] \to [\exists y (y^2 + 1 = 0)]$,
   - **(e)** $K_n \models \exists x \forall y (E(x, y))$,
   - **(f)** $\mathbb{Z}_4 \models \exists x (x \neq 0 \wedge x \neq x + x \wedge x \neq x + x + x)$.

8. A gráfok nyelvén írj fel olyan formulákat, amiknek csak a háromszög (mint gráf) a modellje.

9. Add meg a következő formulák egy-egy modelljét:
   - **(a)** $\forall x \exists y \exists z (E(x, y) \wedge \neg E(x, z))$;
   - **(b)** $\forall x \forall y (x \neq y \to \exists z (E(x, z) \wedge \neg E(y, z)))$;
   - **(c)** $\forall x (\exists y E(x, y) \to P(x))$;
   - **(d)** $\exists x \forall y (f(x, y) = g(y))$.

10. Legyen $\mathcal{N} = \langle \mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, \leq \rangle$ struktúra, ahol minden a szokásos. Írj fel olyan formulákat, melyek csak a prímszámokra, illetve csak a kettőhatványokra igazak.

11. Az $\mathcal{A}$ struktúra alaphalmaza a természetes számok, benne egyetlen kétváltozós $<$ relációjel, aminek interpretáltja a szokásos kisebb reláció. Írjunk fel ezen a nyelven olyan $\varphi(x, y)$ formulát, ami pontosan akkor teljesül, ha $x + 1024 \leq y$ továbbá x-en és y-on kívül legfeljebb 10 másik változójel szerepel benne.