Régebbi Matek B2 és B3 zh-k

Differenciálegyenletekkel és Komplex függvénytannal kapcsolatos feladatai.

Diff.egyenletek

1. Oldjuk meg: $y' = tg(x)y, \quad y(0) = 1.$

(2006 december 21)

2. Adjuk meg az összes megoldást: $y'' = y.$

(2006 december 21)

3. Oldjuk meg: $y'' = 2\sqrt{y'} \cdot cos(x), \quad y'(0) = 0, \quad y(0) = 3.$

(2007 január 5)

4. Oldjuk meg: $y'' = 2y'y, \qquad y(1) = 0, \ y'(1) = 2.$

(2006 december 13)

5. y-tól függő multiplikátort keresve tegyük egzakttá, majd oldjuk meg:

$$e^{xe^y} + 10e^{-y} + y'(xe^{xe^y}) = 0.$$

(2006 december 13)

6. Adjuk meg az összes megoldását: $y'' = \dfrac{(y')^2}{y}.$

(2007 december 11)

7. Oldjuk meg: $y'' - 2y' + 5y = cos(x).$

(2007 január 5)

8. Adjuk meg az általános megoldást.

   (a) $y'' - 4y' + 13y = 0,$

   (b) $y'' + 2y' + y = e^x.$

(2006 december 13)

9. Adjuk meg az összes megoldását: $y'' - y' - 6y = x.$

(2007 december 11)

10. Adjuk meg az összes megoldást: $y'' = \dfrac{1 + (y')^2}{y}.$

(2008 December 19)

11. Oldjuk meg: $\quad 2xy^3 + \Big(3x^2y^2 + sin^2(y)\Big)y' \;=\; 0.$

(2008 December 19)

12. Adjuk meg az általános megoldást: $\quad y' = 2xy + \dfrac{e^{x^2}}{1 + x^2}.$

(2009 Május 19)

13. Adjuk meg az összes megoldást: $\quad y'' = \dfrac{(y')^2 y}{1 + y^2}.$

(2009 Május 19)

14. Oldjuk meg: $\quad 2xy + \Big(x^2 + ye^{2y}\Big)y' \;=\; 0.$

(2009 Május 19)

15. Adjuk meg az általános megoldást: $y' = -tg(x)y + xcos^2(x).$

(2008 December 4)

16. Adjuk meg az összes megoldást: $y'' = \dfrac{-(y')^2}{2y}.$

(2008 December 4)

17. Oldjuk meg: $\quad ln(ln(y)) + \big(\frac{x}{yln(y)} + \frac{2y}{1+y^2}\big)y' \ = \ 0.$

(2008 December 4)

18. Adjuk meg az általános megoldást: $\quad y'' = \frac{y'}{x}.$

(2009 Május 4)

19. Adjuk meg az összes megoldást: $\quad y'' = \frac{y' + (y')^2}{y}.$

(2009 Május 4)

20. Oldjuk meg: $\quad y + \Big(x + e^y + ye^y\Big)y' \ = \ 0.$

(2009 Május 4)

21. Oldjuk meg: $y' = e^x y + xe^x e^{e^x}, \qquad y(0) = e.$

(2008 November 25)

22. Adjuk meg az összes megoldást: $y'' = tg(y)(y')^2.$

(2008 November 25)

23. Oldjuk meg: $\quad \frac{y^2}{1+x^2} + \Big(2y \cdot arctg(x) + \sqrt{y^3}\Big)y' \ = \ 0.$

(2008 November 25)

24. Legyen $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. Adjuk meg algebrai alakban $(ln(z))^{1/3}$-t.

(2006 december 13)

25. Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, melyre teljesül, hogy

$$e^{2iz} - 6e^{iz} = -18.$$

(2006 október 25)

26. Legyen $u(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$.

(a) Adjuk meg azt a reguláris komplex f függvényt, melyre

$f = u + i \cdot v$ és $f(i) = 1$.

(b) Adjuk meg f'-t is.

(2006 október 25)

27. (a) Igazoljuk, hogy az $f(x+iy) = \dfrac{x}{x^2+y^2} - i\dfrac{y}{x^2+y^2}$ komplex függvény értelmezési tartományának minden pontjában deriválható.

(b) Adjuk meg azt az $f = u+iv$ reguláris komplex függvényt, melyre $u(x,y) = 2x$ és $f(2) = 4+i$ (2006 december 13)

28. Számítsuk ki: $\displaystyle\int_{|z-i|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{(z^2+1)^2} dz,$ a görbe irányítása pozitív.

(2006 december 21)

29. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z|=2} \frac{z}{(z-3)(z-i)^2}\, dz.$$

(2007 január 5)

30. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z|=1} \frac{sin(z)}{z(z-\pi/4)^2} dz$$

(2006 december 13)

31. Számítsuk ki a következő komplex integrált (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z-\frac{1}{2}|=1} \frac{e^z}{z^2+1} dz.$$

(2007 december 11)

32. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z+2i|=4} \frac{cos(2z)}{z^4+9z^2}.$$

(2009 Május 19)

33. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív):

$$\int_{|z|=1/2} \frac{sin(z)}{z^4 + z^2} dz.$$

(2008 December 4)

34. Legyen $\mathcal{G}$ az a (pozitívan irányított) háromszögvonal a komplex sikon, melynek csúcsai a $-1, 1$ és $-2\pi i$ komplex számok. Számítsuk ki:

$$\int_{\mathcal{G}} \frac{e^{2z}}{(z^2 + \pi^2)^2}.$$

(2009 Május 4)