

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Számold ki a teljes oszloprangú $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix Moore-Penrose inverzét.

2. Igazold, hogy tetszőleges (nem feltétlenül négyzetes) A mátrixra

$$(A^T)^+ = (A^+)^T,$$

ahol A^+ az A Moore-Penrose inverze.

3. Legyen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ és legyen $V = \{X \in \mathbb{R}^{2 \times 2} : AX = XA\}$.

(a) Igazold, hogy V altere $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ -nek (0,3 pont).

(b) Határozd meg $\dim(V)$ -t (0,7 pont).

(c) Adj meg olyan legalább 1-dimenziós $U, W \subseteq V$ altereket, melyekre $V = U \oplus W$ (1 pont).