

1. Rögzítsünk a síkon egy derékszögű koordináta-rendszert, és álljon az R reláció a sík azon pontpárjaiból, melyeknek azonosak a vízszintes koordinátái. Igazoljuk, hogy R egy ekvivalenciareláció.
2. Legyen $D = \{\langle a, b \rangle \in \mathbb{R}^2 : a - b \in \mathbb{Q}\}$. Igazoljuk, hogy D ekvivalenciareláció. Útmutatás: segíthet, hogy tetszőleges $x, y, z \in \mathbb{R}$ számokra $x - z = x - y + y - z$.
3. Igazoljuk, hogy a racionális számok halmaza a szokásos rendezéssel nem állítható elő véges sok jólrendezett részhalmazának uniójaként.
4. Igazoljuk, hogy
 - (a) a nemnegatív racionális számok szokásos módon rendezett halmaza és
 - (b) a racionális számok szokásos módon rendezett halmazais felbontható (végtelen sok) jólrendezett részhalmazának diszjunkt uniójára.
5. Meg lehet-e oldani a 4. feladatot úgy is, hogy a felbontásokban szereplő diszjunkt jólrendezett részhalmazok mindegyikének végtelen sok eleme van?
6. Igazoljuk, hogy tetszőleges $n \in \mathbb{N}$ -re

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

7. Igazoljuk, hogy az n . Fibonacci-szám:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

8. Adjuk meg azt a legkisebb $q \geq 6$ egész számot, melyhez van olyan p egész úgy, hogy $|\sqrt{5} - \frac{p}{q}| \leq \frac{1}{q^2}$. Indokoljunk.