

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Add meg az összes olyan pozitív egész u számot (ha vannak ilyenek egyáltalán), melyekre a

$$9 \cdot 2^{3u+1}x + 5 \cdot 2^{2u^2}y = 25 \cdot 16^u$$

diofantoszi egyenletnek van megoldása.

2. Add meg az összes olyan z komplex számot (ha vannak ilyenek egyáltalán), melyekre teljesül, hogy $z^2 = |z|^2$.
3. Legyen R kommutatív, nullosztómentes gyűrű. Igazold, hogy az R feletti kétváltozós polinomok $R[x, y]$ gyűrűje nullosztómentes.
4. Legyen K test, $f \in K[x]$ tetszőleges polinom. Igazold, hogy $(f(x^2))' = 2x \cdot f'(x^2)$ (a vessző a deriválást jelöli).
5. Irreducibilis-e $\mathbb{Z}$ felett az $f(x) = x^3 + 3x + 1 \in \mathbb{Z}[x]$ polinom?
6. Add meg a lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának mátrixrangos feltételét (az alaplát-mátrix és kibővített mátrix rangjai alapján mikor nincs, mikor van pontosan 1, mikor van több megoldás?)
7. Mennyi az inverziószáma az

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

permutációnak?

8. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Add meg A egy LU -felbontását.
9. Legyen $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ az y -tengelyre való tükrözés. Add meg φ és $\varphi \circ \varphi$ mátrixát a sztenderd bázisban.
10. Hány darab olyan legfeljebb harmadfokú $f \in \mathbb{R}[x]$ polinom van, melyre $f(1) = 1$, $f(2) = 4$, $f(3) = 9$?

Megjegyzések. A. 2. ZH utáni anyagrészből az alábbi számolósabb feladattípusok lesznek (más-fajta számolósabb feladatot a 2. ZH utáni anyagrészből a vizsgán nem kérdezek).

- Adott vektor koordinátáinak meghatározása másik bázisban.
- Lineáris leképezés mátrixának meghatározása másik bázisban.
- Lagrange interpoláció (interpolációs polinom meghatározása).
- Determinánsos képlet az inverz-mátrixra.
- Cramer-szabály.