

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legyen $P = \{\langle u, v \rangle \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} : v \text{ köbgyöke } u\text{-nak}\}$. Döntsd el, hogy P rendezési reláció-e.
2. Legyen $A = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$ és legyen $\mathcal{A}$ az a gyűrű, melynek A az alaphalmaza, és a gyűrűműveletek a valós számokon értelmezett szokásos összeadásból és szorzásból öröklődnek. Döntsd el, hogy
 - (a) $4 + 8\sqrt{2}$ felbonthatatlan-e $\mathcal{A}$ -ban;
 - (b) $\sqrt{2}$ prím-e $\mathcal{A}$ -ban.
3. Add meg az összes olyan pozitív egész t -t melyre a
$$2^t x + 3^{2t} y = 36$$
lináris diofantoszi egyenlet megoldható. Add meg az összes megoldást $t = 1$ -re (ha van megoldás egyáltalán).
4. Adj meg 4 darab (páronként különböző) pozitív egész számot, úgy hogy semelyik kettő ne legyen relatív prím, de a négy számnak ne legyen 1-nél nagyobb közös osztója.
5. Határozd meg 7^{82} utolsó 2 számjegyét (10-es számrendszerben).
6. Add meg algebrai alakban: $\frac{(-1 + \sqrt{3}i)^{15}}{(1 - i)^{20}} + \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^{15}}{(1 + i)^{20}}$.

Megjegyzések.

1. Az 1. ZH anyaga az, ami az első 5 héten (2025 okt. 10-ig) előadáson és gyakorlaton elhangzott/elhangzik. A ZH-ban lehetnek olyan típusú feladatok, melyek ebben a mintaZH-ban nem szerepelnek.
2. A minta-ZH feladatai mind újak, hogy legyen muníció gyakorolni.
3. A ZH-ban az alább felsorolt házi feladatok (közeli variánsai) közül szerepelni fog 3 darab:
 1. Adag: 1., 2., 3., 6. feladatok (a 7. feladat lehetne, de nem lesz);
 2. Adag: 1., 2., 3., 4., 5., 6. feladatok;
 3. Adag: 2., 3., 4., 5., 6. feladatok;
 4. Adag: 1., 2., 3., 4., 5., 6. feladatok;
 5. Adag: 1., 2., 3., 4. feladatok (az 5. feladat lehetne, de nem lesz).