

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Adj meg 3 négyzetszámot úgy, hogy semelyik kettő ne legyen relatív prím, de a 3 számnak ne legyen 1-nél nagyobb abszolútértékű közös osztója.
2. Add meg a redukált maradékrendszerek definícióját.
3. A komplex számsík egy szabályos háromszögének az egyik csúcsa a 0 (origó), másik csúcsa $1 - \sqrt{3}i$. Mi lehet a szabályos háromszög harmadik csúcsa?
4. Legyen $f(x, y) = \det \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$. Szimmetrikus polinom-e f ?
5. Igaz-e, hogy ha az $f \in \mathbb{C}$ polinomnak minden együtthatója tisztán képzetes szám¹, és az $u \in \mathbb{C}$ komplex szám gyöke f -nek, akkor $\bar{u}$ is gyöke f -nek?
6. Lehet-e racionális gyöke egy egész-együtthatós, harmadfokú primitív polinomnak?
7. Add meg a vektorterek definícióját.
8. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Van-e olyan $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrix, melyre teljesül, hogy $A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$?

* * * * *

9. Legyen $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ az xy -síkra való tükrözés. Add meg φ mátrixát a

$$\underline{b}_1 = [1, 1, 0], \quad \underline{b}_2 = [1, -1, 1], \quad \underline{b}_3 = [0, 1, 0]$$

vektorok által alkotott bázisban.

10. Az $f \in \mathbb{R}[x]$ legfeljebb másodfokú polinomra teljesül, hogy $f(1) = -1$, $f(2) = 7$, $f(-1) = 13$. Határozd meg $f(3)$ értékét.

Megjegyzések. A. 2. ZH utáni anyagrészből az alábbi számolósabb feladattípusok lesznek (másfajta számolósabb feladatot a 2. ZH utáni anyagrészből a vizsgán nem kérdeznek).

1. Adott vektor koordinátáinak meghatározása másik bázisban.
2. Lineáris leképezés mátrixának meghatározása másik bázisban.
3. Lagrange interpoláció (interpolációs polinom meghatározása).
4. Determinánsos képlet az inverz-mátrixra.
5. Cramer-szabály.

¹Egy komplex szám tisztán képzetes, ha valós része 0.