Villámkérdések, 2. minta megoldásokkal[1]

1. Számítsuk ki a $v(x,y,z)=[z,x,y]$ függvény rotációját. *4; (Szept 29).*

$$rot(v)(x,y,z) = \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ z & x & y \end{pmatrix} = [1,1,1].$$

2. 2. Határozzuk meg az $r(t)=[e^t, \sqrt{1+sin^2(t)}, 5]$ görbe torzióját a $t_0=2014$ paraméterű pontban. *1; (Szept. 22).*

r síkgörbe (benne van a $z=5$ síkban), ezért torziója minden pontban nulla.

3. Irjuk le az Euler-összefüggést. *12; (Nov. 3).*

Tetszőleges z komplex számra $e^{iz}=cos(z)+isin(z)$.

4. Deriválható-e az $f(x+iy)=xy+yi$ komplex függvény? *13; (Nov. 10).*

$u(x,y)=Re(f)=xy$, $v(x,y)=Im(f)=y$, $\partial_y u(x,y)=x\neq\partial_x v(x,y)=0$ tehát a Cauchy-Riemann egyeneletek egyetlen pontban sem teljesülnek, így f nem deriválható.

5. Adjuk meg algebrai alakban: $e^{\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}}$. *12; (Nov. 3-10).*

$$e^{\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}} = e^{\sqrt{2}(cos(\pi/4)+isin(\pi/4))} = e^{1+i} = e\cdot cos(1)+i\cdot e\; sin(1).$$

6. Írjuk le Cauchy alaptételének állítását. *14; (Nov. 10, Nov. 24, Dec. 1).*

Egyszeresen összefüggő halmazon reguláris komplex függvény zárt görbén vett integrálja nulla.

7. Legyen $f:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$, $f(x,y)=sin(x)$. Teljesülnek-e f-re a Lipschitz-feltételek? (Indokoljunk.) *6; (Okt. 20).*

$\partial_x f(x,y)=cos(x)$, $\partial_y f(x,y)=0$. Mivel e parciális deriváltak korlátosak, f-re teljesülnek a Lipschitz-feltételek.

8. Adjuk meg az $y''-y=xe^x$ egy próbafüggvényét (Indokoljunk.) *11; (Nov. 3).*

$p(\lambda)=\lambda^2-1$, ennek 1 egyszeres gyöke, így $y_{i,p}=xe^x(Ax+B)$.

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...