Villámkérdések, 1. minta megoldásokkal[1]

1. Adjuk meg a vektor-vektor függvények divergenciájának definícióját. *4; (Szept. 29).*

$div(v)(p) = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h^3} \int_{K_h} v,$ ahol K_h a p középpontú, h élhosszúságú, tengelypárhuzamos kocka felülete.

2. A kísérő triéder melyik vektora a rektifikáló sík normálvektora? *1; (Szept. 22).*

A főnormális.

3. Mennyi az $r(t) = [1, t, 2t]$ görbe görbülete a $t = 3$ paraméterű pontban ? Indokoljunk. *1; (Szept. 22).*

Mivel r egyenes, a görbülete minden pontban nulla.

4. Számítsuk ki $ln(i)$ főértékének algebrai alakját. *12; (Nov. 3-10).*

$$i = 1(cos(\frac{\pi}{2}) + isin(\frac{\pi}{2})) = e^{i\frac{\pi}{2}}, \quad \text{ezért } ln(i) = i\frac{\pi}{2}.$$

5. Adjuk meg az $f(z) = e^{iz}$ függvény valós részét. *13; (Nov. 10).*

Az Euler-összefüggés szerint $e^{iz} = cos(z) + isin(z)$ ezért $Re(f) = cos(z)$.

6. Van-e megoldása az $y' = f(x, y)$ diffegyenletnek, ha f deriválható függvény ? Indokoljunk. *6; (Okt. 20).*

Ha f deriválható, akkor folytonos is, ezért a Cauchy-Peano egzisztenciatétel miatt van megoldás.

7. Egzakt-e az $1 - y' = 0$ diff.egyenlet? (Indokoljunk.) *9; (Okt. 27).*

$P(x, y) = 1,\ Q(x, y) = -1,\ \partial_y P(x, y) = 0 = \partial_x Q(x, y)$ tehát az egyenlet egzakt.

8. Legyen $f(x) = e^x,\ g(x) = 3e^x$. Lehet-e $\{f, g\}$ alaprendszere egy másodrendű lineáris diff.egyenletnek? (Indokoljunk.) *10; (Nov. 3, Nov. 24).*

Alaprendszer elemei lineárisan függetlenek, esetünkben viszont $g = 3f$, tehát $\{f, g\}$ egyetlen lin. diff.egyenletnek sem alaprendszere.

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...