

Alapkészséget ellenőrző feladatok

C1. Oldjuk meg az előadáson tanult módszerrel az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}x - 3y - 3z &= -2 \\ 3x + y + z &= 4 \\ 2x - 2y + 3z &= 10\end{aligned}$$

C2. Oldjuk meg a komplex számok körében az alábbi egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}(1 + i)z + 3w &= 1 \\ (3 + 7i)z + (3 + i)w &= 14i\end{aligned}$$

C3. A λ paraméter mely értéke mellett lesz megoldása az alábbi egyenletrendszernek?

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 &= 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 &= \lambda\end{aligned}$$

Írjuk is fel az összes megoldást.

C4. Keressünk olyan $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ alakú függvényt, amely az 1, 2, 3 és 4 helyeken rendre a 3, 3, 9 és 27 értékeket veszi fel.

Ötletesebb, elgondolkodtatóbb feladatok

B1. Gondoltam 2009 számra. Közülük bármelyik 2008-nak az összege 2009. Melyik számokra gondoltam?

B2. Hogyan függ az az alábbi egyenletrendszer megoldásainak száma az r paraméter értékétől?

$$\begin{aligned}rx + y + z &= 1 \\ x + ry + z &= 1 \\ x + y + rz &= 1\end{aligned}$$

B3. Egy lineáris egyenletrendszer együtthatói valós számok és van megoldása a komplex számok körében. Igazoljuk, hogy a valós számok körében is van megoldása. Igaz-e, hogy ha egy racionális együtthatós lineáris egyenletrendszernek van valós megoldása, akkor van racionális megoldása is?

B4. Oldjuk meg $abc \neq 0$ esetén az $ay + bx = c$, $cx + az = b$, $bz + cy = a$ egyenletrendszert. Hogyan bizonyítható be ezáltal melyik nevezetes tétel?

B5. Legyen z_0 komplex szám, r pedig pozitív valós szám. Mi történik a $|z - z_0| = r$ egyenletű körrel, ha invertáljuk az egységkört (vagyis alkalmazzuk rá a $z \rightarrow 1/\bar{z}$ transzformációt)? A vizsgálatnál érdemes megkülönböztetni a $z_0 = 0$, a $|z_0| = r$, illetve a $z_0 \neq 0$, $|z_0| \neq r$ eseteket.