

Alapkészséget ellenőrző feladatok

- C1.** Osszuk el maradékosan az $x^4 + x^2 + 3x - 2$ polinomot az $x^2 - x + 1$ polinommal.
- C2.** Milyen maradékot az $x^{50} + x^{40} + \dots + x^{10} + 1$ polinom, ha rendre elosztjuk az $x - 1$, $x + 1$, illetve az $x^2 - 1$ polinomokkal?
- C3.** Írjuk fel trigonometrikus alakban az összes primitív kilencedik egységgyököt. A primitív tizenkettedik egységgyököket írjuk fel trigonometrikus és algebrai alakban is.
- C4.** Hány primitív 360-adik egységgyök van?
- C5.** Legyen $z = \cos 114^\circ + i \sin 114^\circ$. Mennyi z rendje? Milyen n -ekre lesz z n -edik egységgyök?
- C6.** Bontsuk fel $\mathbb{R}$ fölött irreducibilis polinomok szorzatára az $x^{12} - 1$, az $x^2 - 10x + 1$ és az $x^4 - 10x^2 + 1$ polinomokat.
- C7.** Határozzuk meg az euklideszi algoritmussal a $p = x^4 - 5x^2 + 4$ és $q = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 8x - 8$ polinomok kitüntetett közös osztóját, és írjuk is fel azt $fp + gq$ alakban.
- C8.** Írjuk fel a Φ_{12} és a Φ_{15} körosztási polinomokat. (Mely polinomokat kell előbb felírni?)

Ötletesebb, elgondolkodtatóbb feladatok

- B1.** Soroljuk fel $\mathbb{Z}_2[x]$ -ben a legfeljebb negyedfokú polinomokat, majd válasszuk ki közülük az irreducibiliseket.
- B2.** Határozzuk meg az $x^n - 1$ és az $x^m - 1$ polinomok kitüntetett közös osztóját.
- B3.** Milyen maradékot az $x^{50} + x^{40} + \dots + x^{10} + 1$ polinom, ha elosztjuk az $x^2 + 1$, illetve az $(x - 1)^2$ polinomokkal?
- B4.** Egy valós együtthatós polinom $x - 1$ -gyel osztva kettőt, $x - 2$ -vel osztva egyet ad maradékul. Milyen maradékot ad $(x - 1)(x - 2)$ -vel osztva?
- B5.** Mutassuk meg, hogy bármely k, ℓ, m pozitív egészre $x^2 + x + 1 \mid x^{3k+2} + x^{3\ell+1} + x^{3m}$.
- B6.** Ha a z komplex szám rendje n , mennyi lehet $-z$ rendje?
- B7.** Jelöljön ε m -edik, η pedig n -edik egységgyököt, ahol $(m, n) = 1$. Bizonyítsuk be, hogy $\varepsilon\eta$ pontosan akkor lesz primitív mn -edik egységgyök, ha ε primitív m -edik, η pedig primitív n -edik egységgyök. Olvassuk le ebből, hogy $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$. Hogyan lehet meghatározni a primitív n -edik egységgyökök összegét n kanonikus alakjából?