

1. Hányféleképpen zárójelezhető egy négytagú összeg? A háromtagú összegre vonatkozó asszociativitás segítségével ellenőrizzük, hogy ezek mindegyike ugyanazt az eredményt adja.

2. Mely $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ vektorpárokra teljesül:

- a) $|\mathbf{b}|\mathbf{a} - |\mathbf{a}|\mathbf{b} = \mathbf{0}$; b) $|\mathbf{b}|\mathbf{a} + |\mathbf{a}|\mathbf{b} = \mathbf{0}$;
 c) $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ d) $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$;
 e) $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$.

3. Legyenek $A_1, \dots, A_6$ egy szabályos hatszög csúcsai. Fejezzük ki az $\overrightarrow{A_2A_4}$, $\overrightarrow{A_2A_5}$, $\overrightarrow{A_3A_4}$, $\overrightarrow{A_3A_5}$, $\overrightarrow{A_3A_6}$ vektorok mindegyikét az $\mathbf{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{A_2A_3}$ vektorok lineáris kombinációjaként.

4. Legyen $A_1A_2A_3A_4$ egy téglatest alaplappja, $B_1B_2B_3B_4$ a fedőlapja. Fejezzük ki az $\overrightarrow{A_4B_2}$, $\overrightarrow{B_1B_3}$, $\overrightarrow{A_1B_4}$ vektorok mindegyikét az $\mathbf{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{A_1A_3}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{A_1B_3}$ vektorok lineáris kombinációjaként.

5*. Szakasz ill. háromszöglemez pontjainak helyvektorai a csúcspontok helyvektorainak milyen lineáris kombinációi?

6. Helyvektorok segítségével igazoljuk, hogy egy négyszög szemközti oldalfelező pontjait és az átlók felezőpontjait összekötő szakaszoknak van közös pontja.

7*. $\mathbf{a} \nparallel \mathbf{b}$ és $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ esetén mikor teljesül, hogy $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} \parallel \gamma\mathbf{a} + \delta\mathbf{b}$?

8. Legyenek $A_1, \dots, A_n$ egy szabályos n -szög csúcsai, O pedig a középpontja. Számítsuk ki az $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$ vektorösszeget.

9. Legyenek adottak a síkon az $F_1, \dots, F_5$ pontok. Szerkesszünk olyan $A_1A_2A_3A_4A_5$ ötszöget, hogy az A_1A_2 oldal felezőpontja F_1 , az A_2A_3 oldalé F_2 , stb., az A_5A_1 oldalé pedig F_5 legyen.

10. Legyenek adottak a síkon az $F_1, \dots, F_4$ pontok. Szerkesszünk olyan $A_1A_2A_3A_4$ négyszöget, hogy az A_1A_2 oldal felezőpontja F_1 , az A_2A_3 oldalé F_2 , stb. legyen.

11*. Általánosítsuk a 9–10. feladatot!

12. A Gauss-elimináció módszerével oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszereket:

$$\begin{array}{rcl} -x + 3y + 3z & = & 2 \\ 3x + y + z & = & 4 \\ 2x - 2y + 3z & = & 10 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 + x_3 & = & 11 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 & = & -7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 2 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x + 3y + z & = & 11 \\ x - y - 2z & = & -7 \\ 3x + 2y - z & = & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 3x_2 & = & 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 & = & 4 \\ x_2 - 2x_3 & = & -3 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 3x + 5y & = & 3 \\ x + 2y & = & 3 \\ 5x + 9y & = & 9 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 + 5x_4 & = & 3 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 & = & 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 9x_4 & = & 9 \end{array}$$

Néhány szám megváltoztatásával (pl. a negyedik egyenletrendszer harmadik egyenletében a -2 és a -3 felcserélésével) gyártsunk újabb egyenletrendszereket és hasonlítsuk össze a megoldások számát!