

1. A Gauss-elimináció módszerével oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszereket:

$$\begin{array}{rcl} -x + 3y + 3z & = & 2 \\ 3x + y + z & = & 4 \\ 2x - 2y + 3z & = & 10 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 + x_3 & = & 11 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 & = & -7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 2 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x + 3y + z & = & 11 \\ x - y - 2z & = & -7 \\ 3x + 2y - z & = & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 3x_2 & = & 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 & = & 4 \\ x_2 - 2x_3 & = & -3 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 3x + 5y & = & 3 \\ x + 2y & = & 3 \\ 5x + 9y & = & 9 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 + 5x_4 & = & 3 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 & = & 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 9x_4 & = & 9 \end{array}$$

Néhány szám megváltoztatásával (pl. a negyedik egyenletrendszer harmadik egyenletében a -2 és a -3 felcserélésével) gyártsunk újabb egyenletrendszereket és hasonlítsuk össze a megoldások számát!

2. Legyenek A, B, C, D egy négyzet csúcsai. Írja fel az $\overrightarrow{AC}$ vektor koordinátáit az alábbi bázisok mindegyikében:

a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$; b) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}$; c) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AB}$; d) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

3. Tegyük föl, hogy az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok lineárisan függetlenek. Döntsük el, hogy lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorrendszerek:

a) $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$; b) $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{c} + \mathbf{a}$; c) $\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} - \mathbf{c}, \mathbf{c} - \mathbf{a}$;
d) $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{0}, \mathbf{b}$; e) $\mathbf{a} - \mathbf{c}, \mathbf{b} - \mathbf{c}$; f) $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$.

4. Tudjuk, hogy az $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ vektorok lineárisan függetlenek. Következik-e ebből, hogy az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok is azok?

5. Tudjuk, hogy az $\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}, 4\mathbf{a} + 5\mathbf{b} + 6\mathbf{c}, 7\mathbf{a} + 8\mathbf{b} + 9\mathbf{c}$ vektorok lineárisan összefüggők. Következik-e ebből, hogy az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok is azok?