

1. Hányféleképpen zárójelezhető egy négytagú összeg? A háromtagú összegre vonatkozó asszociativitás segítségével ellenőrizzük, hogy ezek mindegyike ugyanazt az eredményt adja.

2. Mely  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  vektorpárookra teljesül:

- a)  $|\mathbf{b}|\mathbf{a} - |\mathbf{a}|\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ;                      b)  $|\mathbf{b}|\mathbf{a} + |\mathbf{a}|\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ;  
c)  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ;                      d)  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$ ;  
e)  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$ .

3. Legyenek  $A_1, \dots, A_6$  egy szabályos hatszög csúcsai. Fejezzük ki az  $\overrightarrow{A_2A_4}$ ,  $\overrightarrow{A_2A_5}$ ,  $\overrightarrow{A_3A_4}$ ,  $\overrightarrow{A_3A_5}$ ,  $\overrightarrow{A_3A_6}$  vektorok mindegyikét az  $\mathbf{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$ ,  $\mathbf{b} = \overrightarrow{A_2A_3}$  vektorok lineáris kombinációjaként.

4. Legyen  $A_1A_2A_3A_4$  egy téglatest alaplappja,  $B_1B_2B_3B_4$  a fedőlapja. Fejezzük ki az  $\overrightarrow{A_4B_2}$ ,  $\overrightarrow{B_1B_3}$ ,  $\overrightarrow{A_1B_4}$  vektorok mindegyikét az  $\mathbf{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$ ,  $\mathbf{b} = \overrightarrow{A_1A_3}$ ,  $\mathbf{c} = \overrightarrow{A_1B_3}$  vektorok lineáris kombinációjaként.

5\*. Szakasz ill. háromszöglemez pontjainak helyvektorai a csúcspontok helyvektorainak milyen lineáris kombinációi?

6. Helyvektorok segítségével igazoljuk, hogy egy négyszög szemközti oldalfelező pontjait és az átlók felezőpontjait összekötő szakaszoknak van közös pontja.

7\*.  $\mathbf{a} \nparallel \mathbf{b}$  és  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$  esetén mikor teljesül, hogy  $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} \parallel \gamma\mathbf{a} + \delta\mathbf{b}$ ?

8. Legyenek  $A_1, \dots, A_n$  egy szabályos  $n$ -szög csúcsai,  $O$  pedig a középpontja. Számítsuk ki az  $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$  vektorösszeget.

9. Legyenek adottak a síkon az  $F_1, \dots, F_5$  pontok. Szerkesszünk olyan  $A_1A_2A_3A_4A_5$  ötszöget, hogy az  $A_1A_2$  oldal felezőpontja  $F_1$ , az  $A_2A_3$  oldalé  $F_2$ , stb., az  $A_5A_1$  oldalé pedig  $F_5$  legyen.

10. Legyenek adottak a síkon az  $F_1, \dots, F_4$  pontok. Szerkesszünk olyan  $A_1A_2A_3A_4$  négyszöget, hogy az  $A_1A_2$  oldal felezőpontja  $F_1$ , az  $A_2A_3$  oldalé  $F_2$ , stb. legyen.

11\*. Általánosítsuk a 9–10. feladatot!

12. Legyenek az  $ABC$  háromszög oldalainak felezőpontjai rendre  $F_c$ ,  $F_a$  és  $F_b$ . Igazoljuk, hogy van olyan háromszög, amelynek az oldalszakaszai  $AF_a$ ,  $BF_b$ ,  $CF_c$  hosszúságúak.

13. Legyenek  $A', B', C'$  rendre az  $ABC$  háromszög  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  oldalainak belső pontjai úgy, hogy az  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  egyenesek egy ponton mennek át. Milyen arányban osztja  $A'$  a  $BC$  oldalt, ha tudjuk, hogy  $AB' : B'C = 1 : 2$  és  $AC' : C'B = 1 : 3$ ?