3D KONVEX BUROK ALGORITMUS, KONFLIKTUSGRÁF FRISSÍTÉSÉNEK ÖSSZIDEJE:

minden horizontélnél amikor meg akarjuk határozni az őt tartalmazó új lap szomszédait a konfliktusgráfban, akkor az eddigi 3d konvex burokban vele szomszédos két lapot látó pontok jönnek szóba. avagy a konfliktus gráfban ezekkel a lapokkal szomszédos csúcsoknak megfelelő pontok. ezeket a pontokat kell végignezni és amelyik látja az új lapot, azzal kötni össze az új konfliktusgráfban az új lapot.

definíció: ha e a $C(P_r)$ éle, akkor legyen $K_r(e) =$ [e-t látó pontok halmaza $(P \setminus P_r)$-ben]=[e-vel $C(P_r)$-ben szomszédos két lap legalább egyikét látó pontok halmaza $(P \setminus P_r)$-ben].

tehát ezt elég becsülnünk felülről (r az aktuális lépés indexe):

$$\sum_{r=1}^{n} \sum_{[e \text{ horizonton r+1. lépésben}]} |K_r(e)|$$

adjuk össze $|K_r(e)|$-t $C(P_{r+1})$ minden élére és utána vegyük c/r részét mert nekünk csak horizontélekre kell összeadnunk, és egy él max $c/(r+1) < c/r$ valószínűséggel lesz horizontél az $(r+1)$. lépésben (backwards analysis, adott élre az $(r+1)$ pontból kettő olyan van, amit p_{r+1}-nek választva e a horizontra kerül).

egy adott q épp azon e élekre van $K_r(e)$-ben, amik vagy egy q-t tartalmazó lapra kerülnének vagy eltűnnének ha q-t vennénk P_r-hez. tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^{n} \frac{c}{r} \sum_{q \notin P_r} [[C(P_r \cup \{q\})\text{-ban } q \text{ foka}] + [P_r \to P_r \cup \{q\} \text{ során eltűnő élek száma}]]$$

q-ra szummázva ugyanaz mintha egy random q-ra vennénk és szoroznánk $(n-r)$-rel, vegyük észre, hogy p_{i+1} pedig épp egy random q szerepét játssza.

továbbá r. lépésben az eltűnt élek száma max c-szer nagyobb az eltűnt lapok számánál (Euler tétel a horizont egyik oldalán levő síkgráfra). tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^{n} \frac{c}{r} c'(n-r)[E(C(P_{r+1})\text{-ben } p_{r+1} \text{ foka}) + E(P_r \to P_{r+1} \text{ során eltűnt lapok száma})]$$

$E(P_r \to P_{r+1}$ során eltűnt lapok száma) elemzése: egy fix random esetben lehet r helyett minden eltűnt lapra csinálni a szummát, ekkor egy tetszőleges Δ lap kontribúciója $c''(n-r)/r$, ahol r az a lépés, amikor eltűnt. viszont az a lépés, i, amikor keletkezett Δ, arra $i < r$, és így $(n-i)/i > (n-r)/r$, tehát ha a szummában a kontribúciót lecserélem $c''(n-i)/i$-re ahol i az a lépés amikor Δ keletkezett, akkor nagyobb lesz az összeg. mivel ez minden fix random esetben teljesül, így a képletben az eltűnt lapok száma lecserélhető a keletkezett lapok számára, és ezután újra tekinthetem a szummát r-re, a lapokra való szummázás helyett. tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^{n} \frac{c}{r} c'(n-r)[E(C(P_{r+1})\text{-ben } p_{r+1} \text{ foka}) + E(P_r \to P_{r+1} \text{ során keletkezett lapok száma})]$$

p_{r+1} várható foka konstans (volt, hogy max 6 az euler tétel miatt), az (r+1). körben keletkezett lapok száma max ugyanennyi, tehát:

$$\leq \sum_{r=1}^{n} c''(n-r)/r = O(n \log n).$$