

## MTA RÉNYI ALFRÉD MATEMATIKAI KUTATÓINTÉZET

1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15.; 1364 Budapest, Pf. 127

telefon: (1) 483 8302; e-mail: stipsicz.andras@renyi.mta.hu

honlap: <https://www.renyi.hu>

### I. A kutatóhely fő feladatai a 2019. január 1. és augusztus 31. közötti időszakban

Az MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet alapvető feladata, hogy az elméleti matematika területén világszínvonalú kutatásokat folytasson. Az Intézet a nemzetközi matematikai élet jelentős központja. Munkatársai kiváló munkáját 2019-ben is számos hazai és külföldi elismerés illette. A Magyar Tudományos Akadémia az Intézet egyik kutatóját rendes tagjává, kettőt pedig levelező tagjává választotta. A beszámolási időszak folyamán 5 ERC által támogatott kutatócsoport működött az Intézetben. Az Intézet által vezetett konzorcium 2019-ben az NKFIH támogatásával folytatta a mesterséges intelligencia matematikai alapjaival kapcsolatos kutatásait.

Az Intézet kutatói 151 tudományos közleményt publikáltak a beszámolási időszak során. Legkiemelkedőbb eredményeik a legjelentősebb nemzetközi matematikai folyóiratokban (Advances in Mathematics, Journal of the European Mathematical Society, Annals of Probability, Journal für die reine und angewandte Mathematik stb.) láttak napvilágot.

Az Intézet tudományos feladatai elsősorban az alapkutatásra koncentrálnak, de néhány alkalmazott matematikai témára is jelentős erőket fordítanak. Ezek a témák elsősorban a mesterséges intelligencia, a nagy hálózatok kutatása, a kriptográfia, a pénzügyi matematika, valamint a bioinformatika, de a matematikai statisztikát is számos társtudományban (például a csillagászatban és a környezettudományban) használták.

A munka 8 tudományos osztály, 5 Lendület-, illetve 2 ERC-kutatócsoport, valamint a szakmódszertani kutatócsoport keretei között folyt. Az Intézet kutatási tematikáit folyamatosan a matematika fejlődése által felvetett legújabb kérdésekhez igazítják.

### II. A 2019. január 1. és augusztus 31. közötti időszakban elért kiemelkedő kutatási és más jellegű eredmények

#### a) Kiemelkedő kutatási eredmények

##### *Alacsony dimenziós topológia Lendület-kutatócsoport*

Egy új típusú csomóinvariánst fejlesztettek ki, mely a csomó dupla elágazó fedését és az azon a három-sokaságon lévő involúciót használja, és ehhez a helyzethez adaptál néhány korábbi Heegaard Floer elméleti konstrukciót, például involutív Heegaard Floer homológiát. Az új invariáns segítségével új lineáris függetlenségi tételek láthatók be a csomók konkordizmus csoportjában.

Magas dimenziós kontakt topológia témakörében előrehaladást értek el bizonyos 5-dimenziós kontakt sokaságok betölthetőségét illetően (melyek a Bourgeois-konstrukcióból származnak); bizonyos esetekben obstrukciót találtak a betöltések létezésére, más esetekben pedig az összes betöltést osztályozták. Folytatták kutatásaikat olyan kontakt sokaságok keresésében, melyek kontaktomorfizmus csoportja nagy részecsoportokat tartalmaz.

Higgs nyálábok témájában bebizonyították a Painlevé 1-6 esetekben a  $P = W$  sejtés numerikus változatát, valamint a Painlevé 6 esetben annak geometriai változatát. Osztályozták az összes esetet, amikor a Riemann-gömb feletti kettő rangú irreguláris szingularitású Higgs-nyálábok két komplex dimenziós modusterének egyetlen szinguláris fibruma létezik.

Egy közös kutatási projekt keretében tanulmányozták a normál felületeken értelmezett görbék lokális és globális geometriai és topológiai invariánsait. Lokális szempontból a delta invariánst, míg globális szempontból az ún. kappa invariánst vizsgálták, amely a csavart kanonikus divizor logaritmikus pólusait méri a görbe saját rezolúciós képe mentén. Ennek a két invariánsnak az ekvivalenciáját bizonyították racionális felület-szingularitásokba ágyazott görbeszingularitások esetére.

Korábbi vizsgálataikat folytatták a valós Steiner-probléma témakörében (hány kúpszelet érint öt adott kúpszeletet a valós projektív síkon). Sikertörténet elérésük és megmutatni, hogy majdnem minden nem-negatív, 3264-nél kisebb páros szám előáll megoldásszámként. A Welschinger-invariáns segítségével ez az állítás tovább finomítható.

### *Automorf formák Lendület-kutatócsoport*

Az automorf formák gazdag szimmetriával rendelkező harmonikus hullámok, amelyek segítenek az egész számok megértésében. A kutatócsoport tagjai vizsgálták, hogy hány automorf forma sértheti meg a Selberg-sejtést egy kompakt aritmetikus hiperbolikus felületen. A kutatás melléktermékeként egy Minkowski-típusú eredményt igazoltak a számtestekből kapható ideálrácok lineárisan független részalmazaira. Egy konkrét aritmetikus hiperbolikus 3-sokaságon jó közelítést adtak a primgeodetikus-hosszok számára rövid intervallumokban. Az  $SL(2, \mathbb{C})$  csoporton vizsgálták a nem szférikus Maass-formák maximumát. Optimális becsléseket adtak olyan többdimenziós exponenciális összegekre, amelyek fontos szerepet játszanak aritmetikus objektumok eloszlásában. Kiterjesztették Hurwitz, Waldspurger, Katok-Sarnak, Bikovszkij különféle formuláit, és megkezdték Motohashi egy formulájának általánosítását. Igazolták a többváltozós  $(\varphi, \Gamma)$ -modulusok túlkonvergálását és ellenőrizték, hogy az általánosított Herr-komplexus ebben az esetben is kiszámolja a Galois-ko-homológiát. Végezetül előrelépést tettek egy gráfelméleti kérdésben: hány Hamilton-út adható meg  $n$  csúcson úgy, hogy bármely kettő uniója tartalmazzon  $2k$  hosszú kört.

### *Csoportok és gráfok Lendület-kutatócsoport*

A szeptemberben induló DYNASNET Synergy program előkészítő munkája keretében vizsgálták a Barabási-féle hálózat kontrollálhatóságával kapcsolatban felmerülő gráfelméleti kérdéseket, specifikusan az aszimptotikus párosításprobléma lokális megoldásait.

Tovább vizsgálták magasabb homológiákban a mod  $p$  rang és a torzió növekedését. Sikertörténet egy általános homológikus elfajulási tételt bizonyítani, ami többek között alkalmazható olyan Lie-csoportbeli rácsokra, ahol eddig a homológia-növekedés nyitott volt. Befejezték mind a lokálisan szimmetrikus terek sajátvektorainak lokális konvergenciája témájú cikket, mind az uniform limesz multiplicitás-tételét tartalmazó cikküket.

Dolgoztak pontsúlyozott nagy gráfok expanszióján. Kiderült, hogy a véletlen sétával súlyozott mintavételre nézve minden gráfsorozat súlyozott hipervéges. Belátták, hogy ko-amenábilis invariáns véletlen részcsoporthoz független metszete is ko-amenábilis.

Sikerült továbbfejleszteni azt a 2018-ban publikált elméletet, amely köztes sűrűségű gráfsorozatok konvergenciájára vonatkozik. Bebizonyították a Szemerédi-féle regularitási lemmának egy olyan változatát, amely köztes sűrűségű gráfokra alkalmazható. Bebizonyították a sűrű gráfok elméletéből ismert számlálólemmának egy olyan változatát, amely köztes sűrűségű gráfokra alkalmazható. A két említett lemma alapján jelenleg körvonalazódik egy bizonyítás arra, hogy minden köztes sűrűségű konvergens gráfsorozatnak van gráfszerű limeszobjektuma.

### *Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport*

Vizsgálták a magasabb rendű Fourier-analízis egy kiterjesztését tetszőleges kompakt Ábel-csoportokra. Holografikus függvények és neurális hálózatokkal kapcsolatban vizsgálták, hogy milyen klasszifikációs feladatok végezhetőek el hatékonyan neurális hálózatok segítségével. Számos fogalom közötti kapcsolatot sikerült feltárni, melyek közül a három legfontosabb: holografikus tulajdonság; alacsony fokú polinomokkal való approximálhatóság; kevés rétegű neuronhálózattal való reprezentálhatóság. Sikeresen alkalmazták a Szemerédi-féle regularitási lemma egy hipergráfokra vonatkozó általánosítását. Ez ígéretes kvalitatív eredményekhez vezetett.

Vizsgálták a reprezentációtanulás területén prominens Variációs Autoenkóder modellt, milyen mértékben alkalmazható anomália detekcióra, a modell gyengeségeit, és módszert javasoltak a javításra. Kidolgoztak egy módszert és demonstrálták hatékonyságát, amely az optimális transzport elmélet segítségével javítja a tanulás hatékonyságát olyan tanítási metódusok esetén, amelyben nem feltételezzük, hogy a tanítás során használt tanítóminták független mintavételezésből származnak. Az automatikus tételbizonyítás és a mély tanulás a mesterséges intelligencia két fontos ága, izgalmas kutatási irány a két terület összekapcsolása. Tanulmányozták, hogyan tud egy tanulórendszer rövid bizonyításokból hosszabb, de hasonló bizonyításokra általánosítani.

Kombinatorikus optimalizálási- és folytonos módszerek hibrid alkalmazásával olyan algoritmust dolgoztak ki, amely a tanítóhalmaz látens képét adott priorhoz képes közelíteni, a rekonstrukciós hiba alacsonyan tartása mellett. Folytatták a nem szimmetrikus véletlen mátrixok sajátvektorainak vizsgálatát. A bizonyítások során a véletlen gráfok konvergenciájára kidolgozott módszereket fejlesztették tovább. Egy másik kutatásban elégséges feltételt adtak arra, hogy egy elágazó Markov-folyamat (egy végtelen reguláris fán) közelíthető legyen véletlen reguláris gráfok megfelelő színezéseivel. Egy speciális véletlen gráfmodell (mely a fokszám szerinti preferencián alapuló modellekhez kapcsolódik) konvergenciáját vizsgálták. Ebben a témakörben a határértékhez való konvergencia sebességére sikerült felső becslést adni.

Egy nagy projektbe vágta bele, amelynek célja a random reguláris gráfok nagy méretű független halmazainak megismerése, a függetlenségi arány meghatározása. A híres Ding-Sly-Sun cikk maradéktalanul megválaszolja a kérdést, amikor a fokszám nagyon nagy. A sejtés szerint ugyanaz lesz a válasz 20, és annál nagyobb fokszám esetén is, de ezirányban egyelőre csak részeredmények vannak az irodalomban. A 20-nál kisebb fokszám esete nagyrészt nyitott és rendkívül izgalmas a különböző fázisátmenetnek és strukturális változásoknak köszönhetően. Találtak egy rövid és jól követhető bizonyítást a felső becslésre, ami azt tételezi fel, hogy a fokszám legalább 2000. A gráflimeszek több variánsát vizsgálták, bizonyítva, hogy az ún.  $s$ -konvergencia és a fractional quotient konvergenciák ekvivalensek.

Az antiferromágneses Ising-modell partíciós függvényének komplex zérushelyeit tanulmányozták korlátos fokú gráfok esetén. Komplex dinamikai módszerek használatával pontosabban megértették az ún. szférikus szimmetrikus fák gyökeinek helyzetét, bebizonyították, hogy ezek a zérushelyek jelentősen különböznek a Cayley-fák zérushelyeitől. Dolgoztak ezen módszerek függetlenségi polinomra, azaz, hard-core gázmodellre, illetve a Potts-modellre történő lehetséges kiterjesztésén is.

#### *Pénzügyi matematika Lendület-kutatócsoport*

A Valószínűségszámítás és statisztika osztály keretein belül működő Pénzügyi matematika Lendület-kutatócsoport folytatta véletlen közegbeli Markov-láncok vizsgálatát, melyek például stacionárius kiszolgálási idejű sorbanállási rendszerekben, illetve a pénzügyi matematika sztochasztikus volatilitás modelljeiben szerepelnek. A gépi tanulás egyes fontos algoritmusainak konvergenciáját tanulmányozták: a Kiefer–Wolfowitz- és a sztochasztikus gradiens Langevin-algoritmust.

#### *Növekedés csoportokban ERC-kutatócsoport*

Korábbi eredményeket általánosítva belátták, hogy létezik olyan kompakt sokaság, amelyen minden korlátos rangú véges 2-nilpotens csoport hűségesen hat. Hasonló állítást láttak be komplex varietások biracionális automorfizmus csoportjaira Zarhin egy eredményét kiterjesztve.

A következő sejtést is vizsgálták: Ha  $G$  egy véges  $p$ -csoport, és  $G$  minden elemi Abel-normálosztóját  $r$  elem generálja, akkor  $G$  minden  $A$  Abel-részcsoportját legfeljebb  $2r$  elem generálja. Belátták, hogy egy ilyen  $A$  részcsoport ciklikus felbontásában legfeljebb  $2r$  darab legalább  $p^2$  elemszámú ciklikus faktor szerepel, ha  $p$  legalább 3.

Belátták, hogy egy legalább 4-dimenziós összefüggő Riemann-sokaságra a következő tulajdonságok ekvivalensek: (1) a sokaság lokálisan harmonikus; (2) egy reguláris görbeív körüli kis sugarú cső teljes skalárgömbülete csak a görbe hosszától és a cső sugarától függ; (3) egy reguláris geodetikus ív körüli kis sugarú cső teljes skalárgömbülete csak a görbe hosszától és a cső sugarától függ. Belátták, hogy a (2) tulajdonság 3-dimenziós sokaságok esetén a D'Atri-terek jellemzését adja. Ez az osztály határozottan nagyobb, mint a lokálisan harmonikus terek osztálya, és a (2) és (3) ekvivalens, ha sokaságnak korlátos a szekcionális gömbülete.

Egy  $G$  véges csoport konjugáltosztályainak száma egyenlő a komplex irreducibilis reprezentációk számával. Belátták, hogy ha  $G$  egy véges csoport, és  $p$  egy prím, aminek négyzete osztja  $G$  rendjét, akkor  $G$  konjugáltosztályainak száma legalább  $cp$ .

Legyen  $G$  egy véges csoport, és  $H$  a  $G$  egy nilpotens részcsoportja. Belátták, hogy ha  $H$  egy karaktere  $G$  egy irreducibilis karakterévé indukálható, akkor  $G$  általánosított Fitting-részcsoportja nilpotens. Ebből Riese és Schmid egy cikkének egyik fő eredménye következik. Ezen vizsgálatok melléktermékeként adódik Vdovin egy eredményének egy általánosítása, nevezetesen az, hogy egy majdnem egyszerű  $G$  csoport nilpotens részcsoportjának rendje kisebb, mint  $G$  rendjének gyöke. Belátták, hogy ha  $V$  egy  $F$  véges test feletti  $n$ -dimenziós vektortér, és  $G$  egy relatív prím rendű primitív lineáris csoport, akkor véletlenül kiválasztva 11 vektort, a megfelelő stabilizátorok metszete triviális nagy valószínűséggel, ha  $V$  elég nagy.

### *Zaj-érzékenység ERC-kutatócsoport*

Meghatározták a véges szimmetrikus csoportban az ún. súlyzógráf által adott transzpozíciókkal generált bolyongás pontos keverési idejét, és megfogalmaztak egy sejtést, hogy pontosan milyen gráfok által generált transzpozíciós bolyongásoknál jön létre a keverés gyors átcsapásának jelensége, mely egy divatos terület a Markov-láncok területén. A módszer megoldja Lacoïn és Leblond (2011) egy sejtését is, új, elemi bizonyítást és általánosítást adva a híres Diaconis–Shashahani-tételre (1981).

A csoport kezdeti lépéseket tett a zaj-érzékenységi módszereknek és eredményeknek az általánosítására, pl. fraktálperkolációra, a magnetizáció Ising-modelljére és Gauss-folyamatokra. Igazolták, hogy a magas hőmérsékletű Curie–Weiss-modellben nem lehet függvények eredményét kisméretű bemenet alapján megjósolni; ehhez információelméleti módszereket használtak.

Pozitív választ adtak egy Gil Kalai által feltett kérdésre, miszerint monoton és tranzitív függvényeknek létezik-e zajstabil Boole-függvény sorozata, melyekben nagy valószínűséggel van pivotális bit. A konstrukcióból az is következik, hogy létezik nagy volatilitású Boole-függvény sorozat a fenti tulajdonságokkal.

Az ún. unimoduláris véletlen síkba rajzolható gráfok mikor rajzolhatók le oly módon is, hogy a (véletlen) lerajzolást a sík egybevágósági transzformációi megőrizték? Itt a sík lehet euklidészi vagy hiperbolikus, az unimoduláris véletlen gráfok sokat vizsgált családja pedig a természetes végtelen általánosítása annak az egyszerű véletlen gyökereztetett gráfnak, mikor egy véges gráfban egy uniform csúcs a gyökér. A lehetséges lerajzolások majdnem teljes karakterizációját sikerült adni. Egy kapcsolódó kutatásban igazolást nyert, hogy minden unimoduláris véletlen síkgráf közelíthető lokálisan véges gráfokkal.

Tipikus kompakt halmazoknak és tipikus folytonos függvények képének a fraktál-dimenzióit sikerült kiszámolni, ahol a tipikusság definíciója az, hogy az ún. Schmidt-játékban nyerő a halmaz. Tetszőleges adott mértéknek véletlen halmazok feltételes mértékeire való dekompozícióját kutatták, ahol a véletlen halmazra a legfontosabb példák a Brown-mozgás trajektóriája és a fraktálperkoláció. Ez új módszereket nyújt geometriai mértékelméletben a véletlen halmazokkal való metszések megértésére.

### *Szaktárszertani kutatócsoport*

Az MTA Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programjának keretében a kiemelkedően tehetséges diákok tehetséggondozási lehetőségeit vizsgálták, illetve a 2017 szeptemberében elkezdett kísérleti oktatási programot folytatták nem kiemelkedően tehetséges gyerekek számára. Tehetséggondozó táborok szervezésében, lebonyolításában vettek részt.

### *Algebra osztály*

Véve egy véges dimenziós Lie-algebra automorfizmusainak egy csoportját, a csoport algebra automorfizmusok által hat egyrészt a Lie-algebra szimmetrikus tenzoralkébráján, másrészt a Lie-algebra univerzális burkolóalkébráján. A csoporthatás által rögzített elemek mindkét esetben részalkébrát alkotnak. Az első, kommutatív algebra esetén ezen algebra generátorait a klasszikus invariánselmélet eszközeivel lehet megkonstruálni. Most megmutatták, hogy ezen

generátorok ismeretében hogyan lehet az utóbbi, általában nemkommutatív invariáns algebra generátorait megkapni (bolgár-magyar együttműködés keretében).

Az  $n$ -szer  $n$ -es mátrix  $m$ -esek szemi-invariánsainak leírását több matematikai terület is motiválja, pl. az utóbbi időben előtérbe kerültek ennek alkalmazásai az algebrai bonyolultságelméletben. Ezen szemi-invariáns algebraik minimális generátorrendszere nagyon kevés  $n$  és  $m$  érték esetén ismert. A 2-szer 2-es mátrixok esetén megtalálták a minimális generátorrendszert az eddig még nyitott 2 karakterisztikájú alaptest esetében, illetve test helyett az egészek gyűrűje felett dolgozva. Ez utóbbi eredmény tekinthető a megfelelő algebra generátorai optimális karakterisztikától független leírásának.

A Cayley-gráfok izomorfizmus-problémájával kapcsolatban magyar-szlovén együttműködés keretében a 2 rangú Abel-csoportok esetét vizsgálták, és a szakirodalomból ismert példákon túl további 2 rangú csoportokra igazolták az ún. CI-tulajdonságot. Folytatták az  $F$ -inverz monoidok vizsgálatát abban a kibővített típusban, ahol az inverzképzés mellett még egy egyváltozós művelet van, ti. az, amely minden elemhez a saját szigma-osztályának legnagyobb elemét rendeli. Pozitív választ adtak arra a kérdésre, hogy egy  $X$ -generált  $G$  csoport Cayley-gráfja visszanyerhető-e a  $G$ -hez tartozó univerzális  $F$ -inverz monoidból.

Korábbi munkáikat továbbfejlesztve egységelem nélküli félcsoportok Morita-ekvivalenciájáról értek el nagyon általános új eredményeket, többek között az ideálok hálójának és kvantálójának a megőrződésével kapcsolatban.

A Bockstein spektrális sor kiszámításával megmutatták, hogy a páros valós zászlósokaságok egész együttthatós kóhomológia-csoportjaiban minden torzióelem másodrendű. Belátták, hogy algebrai konjugálási terekben egy komplexifikált részvarietás Chern–Schwartz–Macpherson-osztályát a fokfelező izomorfizmus a valós részvarietás Sullivan-osztályába képezi. Megmutatták a konjugálási terek kóhomológia-keretének kompatibilitását Gysin-leképezésekkel, konjugálás-ekvivariáns leképezések esetén.

#### *Algebrai geometria és differenciáلتopológia osztály*

Belátták a Ghys-sejtés általánosítását nem-kompakt sokaságokra: ha egy topologikus sokaság homológia-csoportjai végesen generáltak, akkor a homeomorfizmus-csoportjában minden véges részcsoporthoz van korlátos indexű nilpotens részcsoporthoz. Vizsgálták a Liebeck–Nikolov–Shalev-sejtést nagy halmazokra: Ha  $G$  egy véges egyszerű csoport, és az  $S$  részhalmaz legalább akkora, mint  $G$  méretének  $0,99$ -edik hatványa, akkor  $G$  előáll az  $S$  korlátos sok konjugáltjának szorzataként.

Vizsgálták az algebrai varietások biracionális automorfizmus csoportjainak véges részcsoportjait. Sikerült belátni, hogy minden ilyen csoport tartalmaz egy nagy (korlátos indexű) nilpotens részcsoporthoz, ahol a nilpotencia foka a varietás dimenziójával korlátozható. Később ezt a korlátot sikerült élesíteni. Jelenleg azon dolgoznak, hogy a korlátot konstans kettőre szorítsák le. Cikksorozatot írnak továbbá egy felületsingularitásokhoz rendelt Abel-leképezés tulajdonságairól.

## *Analízis osztály*

Bebizonyították a híres Fuglede-sejtést konvex testekre. Mivel a sejtés általánosságban nem igaz, különösen érdekes, hogy konvex testekre igaznak bizonyult. Az egységtávolság-elkerülő síkbeli halmazok sűrűségére vonatkozó felső becslésükkel megközelítették Erdős egy nevezetes sejtését.

Jelentősen élesítették P. Šemrl egy nevezetes eredményét, ami szerint egy Hilbert-tér teljes operátoralgebrájának 2-lokális automorfizmusai szükségképpen automorfizmusok. Meghatározták  $C^*$ -algebrák pozitív definit kúpjának a konvencionális, illetve Kubo-Ando értelemben vett hatványközepekre vonatkozó izomorfizmusait. Összefoglalták operátoralgebrák Jordan \*-izomorfizmusainak megőrzési tulajdonságok általi karakterizációit.

Befejezték annak a kérdésnek a vizsgálatát, hogy mikor lehet két mértékről lokálisan kompakt Abel-csoportokon azt állítani, hogy van olyan  $C$  konstans, hogy tetszőleges nemnegatív és pozitív definit függvény egyik szerinti integrálja becslhető a másik mérték szerinti integrál  $C$ -szerezésével. Azt is leírták, hogy egy lokálisan kompakt Abel-csoportban adott részhalmaz pakolást képező eltolásainak sűrűsége és Delsarte-féle extrémális konstansa között milyen kapcsolat írható fel. Igazolták extrémális függvény létezését a Delsarte extrémális problémában lokálisan kompakt kommutatív csoporton abban az esetben, ha a Fourier-transzformált tartója kompakt.

Meghatározták az  $L_p$  normabeli pontos többváltozós Markov-egyenlőtlenséget nem konvex tartományokon. Lényeges előrehaladást értek el az  $L_p$ -beli Marcinkiewicz–Zygmund-egyenlőtlenségek általánosításában. Többváltozós súlyozott approximációval kapcsolatban vizsgálták, milyen feltételek mellett lesz minden folytonos függvény, amelyik eltűnik a  $w$  súly zérushelyein, egyenletes limesze bizonyos adott típusú súlyozott polinomoknak. Jackson–Favard-típusú súlyozott approximációs kérdéseket vizsgáltak az exponenciális súlyra vonatkozóan.

A kivételes ortogonális polinomok (KOP) fogalmát 15 évvel ezelőtt a kvantum-mechanika tanulmányozása során fizikusok vetették fel. Az osztály kutatói megadták az első  $n$  polinom által kifeszített térre való projekció operátor magfüggvényének aszimptotikáját, és vizsgálták kivételes ortogonális polinomok általános gyökeloszlását. Mivel bizonyos ilyen polinomok gyökei adott külső erőterben minimális energiájú konfigurációt alkotnak, elméleti fizikai és gyakorlati szempontok is motiválják a fenti vizsgálatokat.

Realisztikus hibabecslésekkel ellátott aszimptotikus sorokat vezettek le az asszociált Legendre-egyenlet partikuláris megoldásaira nagy paraméterek esetén. Igazolták bizonyos típusú Schrödinger-egyenletek végtelenben normált WKB-megoldásainak Borel-szummálhatóságát a potenciál-függvény egyszerű pólusából induló Stokes-görbék közelében. Teljes jellemzését adták az ezekre a megoldásokra vonatkozó Stokes-jelenségnek. Megállapításokat tettek a Borel-transzformáltak szingularitásairól, és igazolták a késői együtthatók reszurgenciáját a potenciál-függvény egyszerű pólusának egy meghatározott környezetében. Egyező szingulánsok esetében megadták a magasabb rendű Stokes-jelenség egyenletes aszimptotikus elsimítását.

## *Diszkrét matematika osztály*

Kombinatorikus keresés témakörben egy olyan modellt vizsgáltak, melyben mindegyik kérdésre kaphatunk helytelen választ, de csak egy, a kérdéstől függő részhalmazba eső keresett elem esetében. Vizsgálták, hogy egy  $n$ -dimenziós hiperkockának maximálisan hány csúcsát tartalmazhatja egy  $r$  sugarú gömb. (A probléma teljes megoldása, különösen a 30-40-dimenziós esetekben, fontos statisztikai alkalmazásokat vonna maga után.) Becsléseket adtak gráfok olyan 2-élszínezéseinek számára, ami nem tartalmaz adott méretű monokromatikus csillagot.

Meghatározták Berge-fák Turán-számát. Példát mutattak olyan hipergráfra, aminek a Turán-száma nem egyezik nagyságrendileg  $n$  egy hatványával sem. Rendezett gráfok és hipergráfok egy meglehetősen széles osztályának pontos Turán-számát sikerült meghatározni. Síkgráfokban is meghatározták rövid utak és körök általánosított Turán-számát. Meghatározták, hogy legfeljebb hány éle lehet egy élrendezéssel ellátott gráfnak, ha nincs benne valamilyen élrendezett részgráf. Bevezették a Ramsey- és Turán-számoknak egy olyan új változatát, ami a részgráfok csúcsainak fokszámára tesz feltételeket, és sok éles, illetve aszimptotikusan pontos eredményt bizonyítottak. Lineáris erdők Ramsey-számával kapcsolatban tetszőleges színszámra általánosították az eddig csak két színre ismert eredményt.

Egy véletlenszerűen színezett élű Erdős–Rényi-gráf színjelkerülő módon vett összefüggő komponenseinek méretét vizsgálták. Bebizonyították, hogy megfelelő paraméterek mellett létezik egyértelmű színjelkerülő óriáskomponens. Az Armstrong-kódok maximális hosszúságára adtak új becsléseket Delsarte lineáris programozási korlátjának újszerű használatával. Erdős és Fowler eredményeit általánosítva belátták, hogy  $r = 3, 4, 5, 6$  szín esetén nem létezik  $n/(r-1)$  méretű, legfeljebb kettő átmérőjű egyszínű komponens.

Megoldották a Figlede-sejtést ciklikus csoportokban, melyek rendje 4 prím szorzata. Sikerült bebizonyítani, hogy az ún.  $P$ -stabil fokszámsorozatok osztályain a swap Markov-lánc gyorsan kever. Bebizonyították Caratheodory klasszikus tételének dimenzió-mentes változatát és annak kiterjesztéseit. Hasonló kiterjesztése van Helly tételének is. Sikerült bebizonyítani, hogy egy megfelelő orákulummal az ún. property  $A$  osztályokban minden értelmes tulajdonság és paraméter tesztelhető. A property  $A$  osztálynak ez volt az első alkalmazása a számítógéptudományban.

## *Geometria osztály*

Korábbi eredményükön javítva a legerősebb korlátot adták síkbeli, egységtávolság-mentes halmazok felső sűrűségére. Tovább vizsgálták a Metszési Lemma általánosításait multigráfokra, és új korlátokat kaptak, elsősorban abban az esetben, amikor az élek száma nagyon nagy a csúcsok számához képest. Egy gráf  $c$ -metszés kritikus, ha a metszési száma legalább  $c$ , de bármelyik élet elhagyva a metszési szám  $c$  alá megy. Korábbi eredményeket javítva belátták, hogy egy  $c$ -metszés kritikus gráf metszési száma legfeljebb  $2c$ . A Metszési Lemmát a metszési szám több verziójára általánosították, de a legtöbb esetben a javítások már nem működnek, csak a klasszikus metszési számra. Sikerült több különböző változatban is javítást elérni.

A sík egységkörökből, ill. egység oldalú négyzetekből álló fedéseit vizsgálták. A sík két pontját összekötő, a kétszeresen fedett részekben haladó összekötő legrövidebb utak hosszára adtak felső korlátot. Azt a rokon problémát is megoldották, ahol két pont közötti összekötő láncok hosszára kellett korlátot adni a pontok közötti távolság függvényében. Sikerült megoldaniuk Schur és



Erdős egy nevezetes problémáját szemialgebrai színezésekre. Lényegében belátták, hogy tetszőlegesen sok (de rögzített) színnel kiszínezve egy exponenciális méretű gráf éleit úgy, hogy a színosztályok szemialgebrai bonyolultsága korlátos, mindig lesz egy monokromatikus háromszög.

Bebizonyították, hogy ha  $n$  síkbeli  $x$ -monoton görbe  $G$  diszjunktsági gráfjában nincs  $k$ -méretű klikk, akkor  $G$  kromatikus száma  $O(k^4)$ , és ez a korlát nagyságrendileg nem javítható. Ha nem tesszük fel, hogy a görbék  $x$ -monotonok, akkor  $G$  kromatikus száma tetszőlegesen nagy lehet. Ezzel szoros összefüggésben megjavították Bollobás egy régi eredményét: sikerült olyan  $n$ -elemű részbenrendezett halmazokat konstruálniuk, melyek Hasse-diagramjának kromatikus száma legalább  $c \log n$ .

Inverz Blaschke–Santaló-típusú egyenlőtlenségeket bizonyítottak a síkban, az origót többször körüljáró, lokálisan konvex görbék esetére. A klasszikus Minkowski-egyenlőtlenség egy megfordítását tudták megadni, ráadásul a bizonyított egyenlőtlenség stabilitására is tudtak becslést adni.

### *Halmazelmélet, logika és topológia osztály*

Tovább folytatták a sehol-sem-konstans folytonos képek minimális súlyának meghatározására irányuló vizsgálataikat. Normális  $X$  forrástér esetében belátták, hogy ez megegyezik  $X$  úgynevezett erős nyílt szétvágási számával. Ezen vizsgálatok érdekes Boole-algebrai kérdésekhez is vezettek. Meglepő módon egy mérhető számosság létezésével ekvi-konzisztens egy olyan  $B$  Boole-algebra létezése, melynek a széttörési száma nem-megszámálható, de a széttörési száma kisebb, mint a szétvágási száma.

Nagy halmazokon értelmezett kappa-homogén, de nem kappa-tranzitív permutációcsoportok létezését vizsgálták. Megmutatták, hogy egy lambda számosságon van omega-homogén, de nem omega-tranzitív permutációcsoport feltéve, hogy csak véges sok lambdánál kisebb végtelen számosság van, vagy pedig  $V = L$ .

Kiszámították a Christensen-féle Haar-null és a Darji-féle Haar-első kategóriájú halmazok úgynevezett számosságinvariánsait. Megválaszták Mycielski egy kérdését a véletlen intervallum-homeomorfizmus hosszáról, és messzemenő általánosításokat igazoltak, amelyek szinguláris függvényekhez kapcsolódnak.

A relativisztikus téridő, mint elsőrendű logikai elmélet fogalom-algebráját kezdték leírni. A nulla- és egy-dimenziós fogalmak algebrája triviális, kételemű. A két-dimenziós fogalmak algebrája 16 elemű és nincs részalgebrája. A három-dimenziós fogalmak algebrája már végtelen és van valódi részalgebrája. Ezek az eredmények tetszőleges rendezett test felett igazak.

Módszert dolgoztak ki arra, hogy előre megadott véges sok véges struktúrából hogyan lehet véges „egyenletesen amalgamáló” struktúrát szerkeszteni. Alkalmazásként új bizonyítást adtak Hrushovski parciális-izomorfizmus kiterjesztési tételére, és megmutatták, hogy a megszerkesztett modell számossága jóval kisebb, mint az eddig ismert dupla-exponenciális felső becslés. További alkalmazások a guarded fregmens véges-modell tulajdonságára, valamint a cilindrikus relativizált algebrák véges-modell és véges bázis-tulajdonságára adott új egyszerű bizonyítások.

Egy (végtelen) elsőrendű struktúra automorfizmus-csoportjának egy  $g$  eleme gyengén generikus, ha konjugált-osztálya sűrű, és minden elemnek véges  $g$  szerinti a pályája. Igazolták, hogy „egyszerű” struktúrákban, ha van gyengén generikus automorfizmusoknak 2 hosszú sorozata (és teljesül egy további, gyenge technikai feltétel), akkor van akármilyen (véges) hosszú ilyen sorozat is.

### *Számelmélet osztály*

Új inverz tételt bizonyítottak az additív kombinatorikában ismert Erdős–Heilbronn-problémával kapcsolatban 3 tagú összegek esetére, és vizsgálták a multilineáris módszer esetleges további kiterjeszhetőségét.

Korábban a teljes moduláris csoporthoz tartozó prímgéodetikus tétellel foglalkoztak. Ebben az évben az analóg problémát magasabb dimenzióban, az ún. Picard-csoportra (a Gauss-egészek feletti 1 determinánsú kétszer kettes mátrixok csoportjára) vonatkozóan vizsgálták. Erre az esetre Bikovszkij rövid intervallumokra vonatkozó tételét általánosították. A bizonyított tétel aszimptotikát ad  $X$  és  $X + Y$  közé eső normájú konjugált osztályok számára, ahol  $Y$  az  $X$ -nek 1-nél kisebb kitevős hatványa. Két szempontból is nagyon érdekes eredményt nyertek, egyrészt kapcsolatba hozták a kérdést a Gauss-féle körproblémával, másrészt már meglepően rövid intervallumokban is tudtak aszimptotikus becslést adni, éppen a körprobléma jó hibatagjára alapozva. A rövid intervallumokra vonatkozó tétel alkalmazásaként az eddig ismertnél jobb hibatagot adtak a Picard-csoportra vonatkozó prímgéodetikus tételre.

Golbach- és ikerprímproblémák megközelítésére vonatkozó kutatásokat végeztek, különös tekintettel az esetlegesen létező kivételes Goldbach-számok halmazának struktúrájára és az ilyen típusú számok előfordulásának gyakoriságára.

Kompakt csoportokon történő véletlen bolyongásokat vizsgáltak. Szükséges és elégséges feltételt adtak arra, hogy egy véletlen bolyongás minden adott Borel-halmazban 1 valószínűséggel a Haar- mértékkel arányos időt töltsön. A maradéktag pontos aszimptotikáját és határeloszlását is meghatározták. A körcsoporton történő véletlen bolyongások intervallumokban történő egyenletes eloszlásáról egy funkcionális határeloszlás tételt és egy funkcionális iterált logaritmus tételt bizonyítottak. Kimondtak egy sejtést a tételek feltételeinek élességéről.

### *Valószínűségszámítás és statisztika osztály*

Az osztály kutatói nagymértékben általánosították az aszinkron kommunikációs hálózatok konszenzus algoritmusának konvergenciájára vonatkozó eredményeiket, véletlen mátrix-szorzatokra alkalmazva és a konvergenciasebességet is azonosítva. Belátták, hogy egyetlen él hozzávétele is szignifikánsan gyorsíthatja Markov-láncok keverését. Paraméteres Poisson-egyenleteket vizsgáltak és belátták megoldásaik kedvező tulajdonságait. Ezen egyenletek kulcsfontosságúak a sztochasztikus approximációs algoritmusok elemzésében.

Invarianciaelvet bizonyítottak a véletlen Lorentz-gáz részecskepályáira, illetve ezt kiterjesztették az Eherenfest-féle ún. Wind-Tree modellre. Mindkét modell a nemegyensúlyi statisztikus fizika hírhedten nehéz fejezete, ahol 40 éve ez az első lényeges előrelépés. Véletlen permutációs folyamatokat elemeztek a  $\mathbb{Z}^d$  rácson, belátták, hogy egyensúlyi állapotban (amennyiben csak a permutáció ciklus struktúráját követjük) a modell aszimptotikusan elveszíti

a geometriai jellemzőit. Ezen vizsgálatokat a kvantum statisztikus fizika alapvető kérdései motiválják.

Vizsgálták az ún. fésű típusú bolyongás tulajdonságait. Ezekre gyenge és erős invarianciákat bizonyítottak a különböző esetekre, kiterjesztve a fésűn történő bolyongás tulajdonságait. Véletlen permutációk statisztikai tulajdonságait kutatták. Összeghalmazok struktúráját vizsgálták (ún. Freiman-típusú problémákat) a valószínűségszámítás eszközeivel. Megmutatták, hogy tetszőleges  $d$ -reguláris páros gráf két tetszőleges  $d$ -élszínezése áttranszformálható egymásba  $d$ -élszínezéseken keresztül úgy, hogy minden egyes lépésben egyszerre csak három színhez tartozó élet változtatnak meg. Ezen változások lehetnek véletlenszerűek egy Markov-lánc Monte Carlo algoritmusban úgy, hogy a Metropolis–Hastings-hányados reciprokára létezik polinomiális felső becslés. Megmutatták, hogy egy Minkowski-szorzat Pareto-frontja a Pareto-frontok Minkowski-szorzatának Pareto-frontja.

### *Alkalmazások*

Az MTA Rényi Intézetben végzett munka továbbra is elsősorban az elméleti (felfedező) tudományokra összpontosult. Az alkalmazott kutatások terén a korábbi években már kialakult munkacsoportok dolgoztak tovább a pénzügyi matematika, kriptográfia, bioinformatika és egyéb, az élettudományokban alkalmazott matematikai módszerek, illetve a neurális hálóknak témakörökben.

*A Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport* keretein belül működő Deep Learning kutatócsoport – az ott részletezett elméleti eredményeken túl – az alábbi témákban dolgozott:

Ígéretes új kutatási irány a mély megerősítéses tanulás sikereinek kamatoztatása a mesterséges tételbizonyítás területén. A mély tanulási kutatócsoport bemutatott egy olyan, mély tanulási modell által vezérelt mesterséges tételbizonyító rendszert, amely képes rövid aritmetikai bizonyításokból hosszabb, de hasonló sémájú bizonyításokra általánosítani. A rendszer kiértékeléséhez megalkotott szintetikus adathalmazokat benchmark-ként közzétették.

A csoport másik kutatási fókuszja az autóenkóder alapú generatív mély tanulási modellek mélyebb megértése volt. Eljárást dolgoztak ki annak a jelenségnek az orvoslására, hogy a variációs autóenkóder modellek notóriusan rossz likelihood becsléseket adnak kiugró adatpontokra. Folyamatban lévő kutatásuk egy olyan Wasserstein autóenkóder alapú modell kidolgozására irányul, amely a teljes tanítóhalmaz látens képét adott priorhoz képes közelíteni a rekonstrukciós hiba alacsonyan tartása mellett.

Több szimpózium szervezésében részt vállaltak, amelyek fő célja a magyar mesterséges intelligencia kutatóközösségen belüli tudáscsere volt.

Az Intézet *Kriptográfiai kutatócsoportja* 2019 első nyolc hónapjában elsősorban korábban megkezdett, titokmegosztásokkal kapcsolatos kutatásaihoz kapcsolódó további problémákkal és általánosításokkal foglalkozott. Gráf-alapú titokmegosztások bonyolultságának egy speciális esetében, az egy kört tartalmazó gráfok bonyolultságával kapcsolatban érték el számottevő eredményeket. Néhány eredmény a legrosszabb eseten felül az átlagos bonyolultságra is új korlátot ad. Foglalkoztak titokmegosztásokat leíró hozzáférési struktúrák duális struktúrájához kapcsolódó eredményekkel. Az itt alkalmazott módszerek lineáris eljárások esetén adnak legjobb eredményt, de az általános esetben felhasznált matroidelméleti módszerek szélesebb

körben is alkalmazhatók. Előadóként részt vettek több hazai és nemzetközi kriptográfiai konferencián, valamint egy publikációjukat elfogadták.

Az Intézet *Bioinformatikai kutatócsoportjának* munkatársai együttműködésben a UNSW Sydney egy munkatársával, valamint két kollégájukkal az ELTE-ről, fokszámsorozat realizációkon bolyongó Markov-láncok konvergenciasebességével, valamint fokszámsorozat-alapú élpakolási problémákkal foglalkoztak. Az előbbi téma nagy hálózatok statisztikai elemzéséhez szükséges háttéreloszlások generálásához kell, míg az utóbbi témának számos kapcsolódási pontja van a diszkrét tomográfiához. Az eredményeiket az *Informatica*, valamint az *Acta Math. Univ. Comenianae* tudományos újságokban publikálták, illetve az EUROCOMB 2019 konferencián is bemutatták. Ezen felül publikáltak egy könyvet „Computational Complexity of Counting and Sampling” címmel, amelyben külön hangsúlyt kaptak olyan bioinformatikai problémák, mint a szekvenciaillesztés, biológiai makromolekulák szerkezet predikciója, genomátrendeződések, illetve hálózati algoritmusok.

Az Intézet Pénzügyi matematika Lendület-kutatócsoport tagjai folytatták véletlen közegbeli Markov-láncok vizsgálatát, melyek például stacionárius kiszolgálási idejű sorbanállási rendszerekben, illetve a pénzügyi matematika sztochasztikus volatilitás modelljeiben szerepelnek. A gépi tanulás egyes fontos algoritmusainak konvergenciáját tanulmányozták: a Kiefer–Wolfowitz- és a sztochasztikus gradiens Langevin-algoritmust.

#### *A kutatók szakmai előmenetele*

Az Intézet munkatársai közül egyet az MTA rendes, két kutatót az MTA levelező tagjává választottak, ketten kapták meg az MTA doktora címet, hatan szereztek PhD fokozatot. A beszámolási időszak végén 9 akadémikus, 28 akadémiai doktor és 65 PhD fokozattal rendelkező, illetve kandidátus dolgozott az Intézetben; 19-en még nem szereztek tudományos fokozatot. Emellett 20 kutató professor emeritus/emerita vesz részt az Intézet tudományos munkájában (közülük 9 akadémikus, 11 akadémiai doktor). Nagy hangsúlyt fektetnek a fiatal – PhD tanulmányaikat folytató vagy éppen azt befejező – tehetségek bevonására az intézeti kutatómunkába, a beszámolási időszakban 13 kutató dolgozott az Akadémia által biztosított fiatal kutatói álláshelyeken. Az Intézet szerződéses kapcsolatban állt a Közép-Európai Egyetemmel (CEU), amelynek keretében számos doktorandusz munkáját irányította intézeti kutató. E szerződés 2019 augusztusában lejárt, és a CEU Bécsbe költözése miatt nem is került megújításra.

### **b) Tudomány és társadalom**

Az Intézet alapkutatási témáinak többsége sajnos nem alkalmas a társadalommal folytatott párbeszéd közvetlen tárgyának. Ugyanakkor a kutatók sikerei a médiában is megjelenítették az Intézetben folytatott kutatásoknak a jelentőségét.

Az Intézet munkatársai fontos szerepet vállalnak a matematika népszerűsítésében, ismeretterjesztő előadásokat tartanak középiskolások és egyetemisták számára. Rendszeresen sor kerül a Magyar Tudomány Ünnepe keretében az intézeti bemutakozó rendezvényre, ahol elsősorban középiskolások és tanáraik tájékozódhatnak a matematikusi pálya kihívásairól és szépségeiről. Áprilisban megrendezésre került a Lányok Napja, melynek keretében mintegy negyven érdeklődő középiskolás hölgy látogatott az Intézetbe, és nyert bepillantást az itt folyó munkába, illetve egy-egy matematikai gondolatba.

Az Intézet munkatársai kiveszik részüket a matematikai tehetségek gondozásából, 2019 során is számos matematikai tábor, versenyt és más rendezvényt szerveztek a tárgy iránt érdeklődő diákoknak. Az Intézet szakmai háttérrel biztosít a középiskolák speciális matematikai tagozatai tanárainak is.

### **III. A kutatóhely hazai és nemzetközi K+F kapcsolatai a 2019. január 1. és augusztus 31. közötti időszakban**

#### *Hazai kapcsolatok*

Az Intézet kutatói több budapesti és vidéki felsőoktatási intézmény (ELTE, BME, BGE, NKE, Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Szegedi Tudományegyetem, Pannon Egyetem) munkájában vesznek részt. Különösen jelentős a szerepük a doktorképzésben és a mesterszakos képzésben. Az Intézet kutatói közül 13-an törzstagok különböző doktori iskolákban, 27 kutató 52 doktorandusz munkáját irányítja témavezetőként. Kiemelt jelentőségű volt az Intézet számára a Közép-Európai Egyetem (CEU) Matematikai Tanszékével folytatott együttműködés. A CEU matematikai doktori és mesterképzési programjának oktatói és témavezetői zömében az Intézet kutatói közül kerültek ki. A tanszék vezetője és a doktori program irányítója is az Intézet munkatársa volt. A Budapest Semesters in Mathematics angol nyelvű egyetemi részképzési program oktatóinak java része is az Intézet kutatója. Ez a program az amerikai egyetemekre viszi el a magyar matematika hírért, és mintául szolgál más nemzetközi oktatási programoknak is.

Az Intézet számára nagy jelentőségű a tudományos utánpótlással való közvetlen kapcsolat, ennek jegyében a beszámolási időszakban az Intézet 60 munkatársa, a teljes kutatói létszám 50%-a oktatott valamelyik hazai felsőoktatási intézményben. 11 TDK-dolgozat, 21 alapszakos és 16 mesterszakos diplomamunka témavezetését látták el az Intézet kutatói.

Az akadémiai megújítási program részeként újból lehetőség nyílt arra, hogy egyetemi kollégák egy vagy két szemesztert oktatási feladataiktól mentesülve az Intézetben tölthessenek vendégkutatóként. E program keretében a beszámolási időszakban a BME-ről egy, az ELTE-ről kettő, a Szegedi Tudományegyetemről pedig három oktató vett részt az MTA Rényi Intézetben folyó kutatómunkában (a teljes összesített időtartam 39 hónap).

Az Intézetben heti rendszerességgel folyó szakmai szemináriumok munkájába igen nagy számban kapcsolódnak be más intézmények, köztük vidéki egyetemek munkatársai is, ezáltal ezek a szemináriumok az egész hazai matematikai életre jelentős hatást gyakorolnak.

Az MTA Rényi Intézet kutatói a matematikai közélet feladataiból hagyományosan számarányukon felül vesznek ki részüket. Ezek között említhető az MTA Matematikai Tudományok Osztályában és az akadémiai bizottságokban, az NKFIH testületeiben, a Bolyai János Matematikai Társulatban végzett munka. Az MTA Bioinformatikai Osztályközi Állandó Bizottság egyik alelnöke, a Bolyai János Matematikai Társulat elnöke, főtitkárhelyettese, tudományos szakosztályának elnöke és alkalmazott matematikai szakosztályának egyik alelnöke mind az MTA Rényi Intézet kutatói.

## *Nemzetközi kapcsolatok*

Az Intézet kutatói igen széleskörű nemzetközi kapcsolatokkal rendelkeznek. A társszerzős munkák zömében a szerzők között az intézeti kutató(k) mellett külföldi matematikusok találhatók. Közös projektek és közösen szervezett konferenciák is jellemzőek.

Az Intézet munkatársai közül a beszámolási időszakban 34-en vettek részt nemzetközi konferencia szervezésében, néhányan közülük több alkalommal is. 2019 nyarán négy nemzetközi konferenciát szervezett az Intézet, emellett egy workshopra is sor került.

Az MTA kétoldalú cserekapcsolatok keretében megvalósult utazások sikeresen szolgálták a tudományos együttműködést, segítségükkel eredményes közös kutatások folyhattak, hasznos információcserére, illetve konferencia-részvételre nyílt lehetőség.

Az Intézet kutatói összesen 13 nemzetközi tudományos bizottságban vettek részt. 195 alkalommal szerepel intézeti kutató neve nemzetközi folyóirat szerkesztő bizottságának névsorában. A munkatársak a beszámolási időszakban összesen 272 előadást tartottak nemzetközi rendezvényeken, ezek közül sokat meghívott, illetve plenáris előadóként.

A beszámolási időszakban az Intézetből 6 kutató volt távol fél évnél hosszabb ideig a következő külföldi intézményekben: University of Chicago (USA), City University of New York (USA), Lancaster University (Anglia), Universität Hamburg (Németország), Università di Pisa (Olaszország).

Az intézeti kutatók által elnyert ERC támogatások és a Lendület projektek keretéből, illetve más forrásokból összesen 18 külföldi kutató dolgozott hosszabb ideig az Intézetben. További 5 külföldi vendégkutató töltött 1-8 hónapot (a teljes összesített időtartam 23,5 hónap) a kutatóhelyen az USA-ból, Kínából, Svédországból, Franciaországból és Spanyolországból. Az Intézetben rövidebb időt töltő külföldi látogatók száma a beszámolási időszakban – a konferenciák résztvevőit nem számítva – 66 fő volt.

## **IV. A 2019. január 1. és augusztus 31. közötti időszakban elnyert fontosabb hazai és nemzetközi pályázatok rövid bemutatása**

### *Hazai pályázatok*

Az Intézet a korábbi évekhez hasonlóan jól szerepelt a hazai NKFIH kutatási témapályázatokon. 2019-ben is újabb 4 kutatási pályázat nyert el támogatást, ill. egy fiatal kolléga NKFIH FK és egy további kutató NKFIH PD egyéni posztdoktori pályázat keretében kezdheti meg kutatásait az Intézetben. (Mivel ebben az évben a pályázatok eredménye is a szokásosnál később került kihirdetésre, és a beszámoló csak az első 8 hónapról szól, egyelőre csak a pályázatok eredménye ismeretes, de szerződéskötések még nem történtek.)

Mint a korábbi években is, az NKFIH alapkutatási projektjeinek eredménye az intézeti bevételek arányában változó nagyságrendű. A 2019. évi bevétel, még időarányosan számítva is, jelentősen elmarad a korábbi évekhez képest. A változások nem az elnyert finanszírozás évi átlagának változásával, hanem a pályázati jelentések egyre nagyobb késedelemmel történő elfogadásával, ill. a pályázatok előlegeinek ugyancsak késedelmes átutalásával magyarázhatók. A beszámoló írásának pillanatában az NKFIH alapkutatási projektjei tekintetében az NKFIH-nak összességében tartozása áll fenn az Intézet felé, annak ellenére, hogy ezek a projektek

előfinanszírozottak. Más kutatási költségek előfinanszírozása, illetve a nyertes pályázatok folytonossága miatt azonban ez nem okozott gondot a kutatások folytonosságában.

Az MTA pályázati formában elnyerhető projektjei közül egy, az Intézethez pályázó fiatal kolléga MTA Prémium posztdoktori kutatói pályázatot nyert, valamint a nagyszámú ERC projekteknek köszönhetően sikeresen pályáztak az EUHUNKPT támogatásokra.

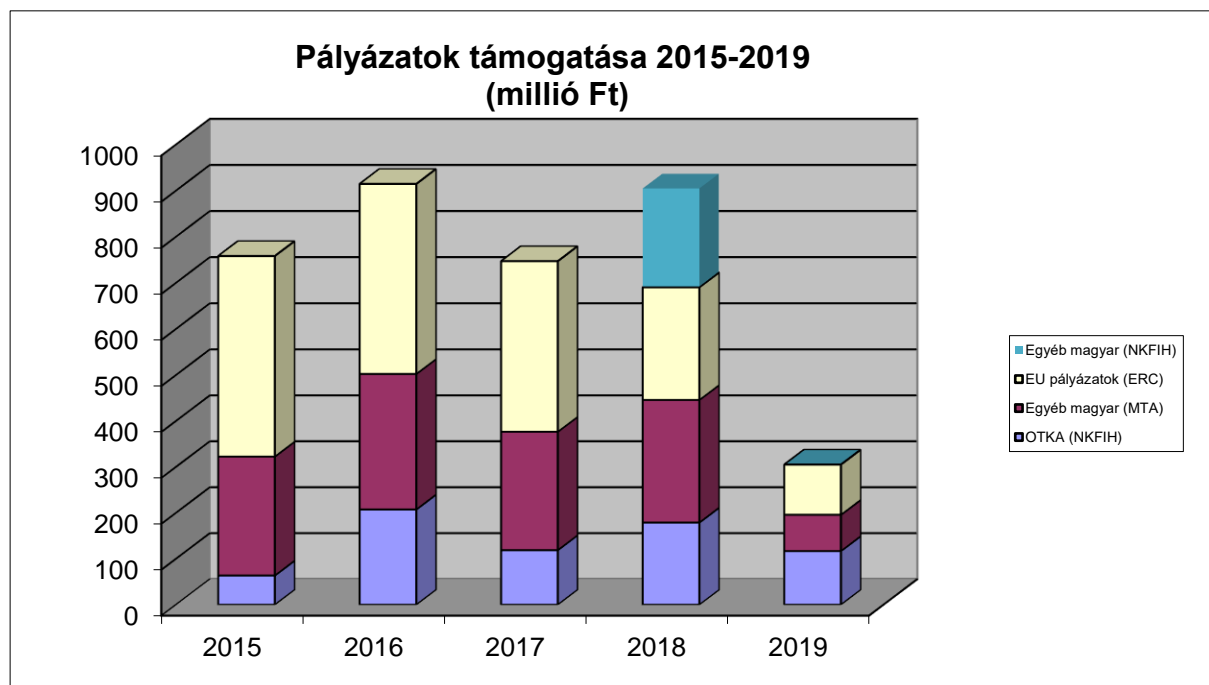
### *Nemzetközi pályázatok*

Az MTA Rényi Intézet a matematikai felfedező kutatási projektjeivel nemzetközi szinten a European Research Council (ERC) kiírásaira és az EU mobilitási (Marie Skłodowska Curie) kiírásaira tud továbbra is eredményesen pályázni. A 2018-ban benyújtott pályázatok között nem volt támogatott, de egy Advanced grant pályázat bejutott a 2. fordulóra, „A” minősítést kapott, támogatásra méltónak ítélték (és így jogosult az NKFIH Élvonal – Kutatói Kiválósági Programjára pályázatot benyújtani).

2019 folyamán két ERC Advanced grant, két ERC Starting grant és öt MSC-IF grant pályázat került benyújtásra, melyekről még nem született döntés.

Összességében az Intézetnek a pályázatokból származó bevétele 2019-ben, időarányosan számítva is, a korábbi évekhez képest jelentősen elmaradt az elhúzódó NKFIH-s kifizetések, a kifutó ERC projektek és az azok helyébe lépő új projektek felfutási időszakbeli alacsonyabb költsége miatt.

A következő diagram mutatja a pályázati bevételek alakulását az elmúlt 5 év folyamán.



**V. A 2019. január 1. és augusztus 31. közötti időszakban megjelent jelentősebb tudományos publikációk**

1. Pach J, Rubin N, Tardos G: Planar point sets determine many pairwise crossing segments, In: Charikar M, Cohen E (szerk.) STOC 2019 Proceedings of the 51st Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing New York (NY), Amerikai Egyesült Államok: Association for Computing Machinery (ACM), 1158-1166. (2019)  
<http://real.mtak.hu/101917/>
2. Böröczky KJ, Ludwig M: Minkowski valuations on lattice polytopes, JOURNAL OF THE EUROPEAN MATHEMATICAL SOCIETY 21:(1) 163-197. (2019)  
<http://real.mtak.hu/60186/>
3. Titkos T: Arlinskii's iteration and its applications, PROCEEDINGS OF THE EDINBURGH MATHEMATICAL SOCIETY 62:(1) 125-133. (2019)  
<http://real.mtak.hu/60444/>
4. Rössler D, Szamuely T: Cohomology and torsion cycles over the maximal cyclotomic extension, JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK 752: 211-227. (2019)  
<http://real.mtak.hu/73294/>
5. Berkes I, Borda B: On the law of the iterated logarithm for random exponential sums, TRANSACTIONS OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY 371: 5 pp. 3259-3280., 22 p. (2019)  
<http://real.mtak.hu/83658/>
6. Blomer V, Harcos G, Maga P: On the global sup-norm of  $GL(3)$  cusp forms, ISRAEL JOURNAL OF MATHEMATICS 229:(1) 357-379. (2019)  
<http://real.mtak.hu/85308/>
7. Halasi Z, Liebeck MW, Maróti A: Base sizes of primitive groups: Bounds with explicit constants, JOURNAL OF ALGEBRA 521: 16-43. (2019)  
<http://real.mtak.hu/89801/>
8. Roche-Newton O, Ruzsa IZ, Shen C-Y, Shkredov ID: On the size of the set  $AA+A$ , JOURNAL OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY 99:(2) 474-494. (2019)  
<http://real.mtak.hu/103296/>
9. Darji UB, Elekes M, Kalina K, Kiss V, Vidnyánszky Z: The structure of random automorphisms of countable structures, TRANSACTIONS OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY 371:(12) 8829-8848. (2019)  
<http://real.mtak.hu/103298/>
10. Bianchi G, Böröczky KJ, Colesanti A, Yang D: The  $L_p$ -Minkowski problem for  $-n < p < 1$ , ADVANCES IN MATHEMATICS 341: 493-535. (2019)  
<http://real.mtak.hu/89748/>



11. Halasi Z, Maróti A, Pyber L, Youming Q: An improved diameter bound for finite simple groups of Lie type, BULLETIN OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY 51:(4) pp. 645-657. (2019)  
<http://real.mtak.hu/92174/>
12. Backhausz A, Szegedy B: On the almost eigenvectors of random regular graphs, ANNALS OF PROBABILITY 47:(3) 1677-1725. (2019)  
<http://real.mtak.hu/103299/>
13. Aceto P, Alfieri A: On sums of torus knots concordant to alternating knots, BULLETIN OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY 51:(2) 327-343. (2019)  
<http://real.mtak.hu/98398/>
14. Juhász P: Talent Nurturing in Hungary: The Pósa Weekend Camps, NOTICES OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY 66:(6) 898-900. (2019)  
<http://real.mtak.hu/101971/>
15. Farkas Á: Dimension approximation of attractors of graph directed IFSs by self-similar sets, MATHEMATICAL PROCEEDINGS OF THE CAMBRIDGE PHILOSOPHICAL SOCIETY 167:(1) 193-207. (2019)  
<http://real.mtak.hu/103300/>