

MTA RÉNYI ALFRÉD MATEMATIKAI KUTATÓINTÉZET

1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15.; 1364 Budapest, Pf. 127
telefon: (1) 483 8302; fax: (1) 483 8333
e-mail: palfy.peter.pal@renyi.mta.hu; honlap: www.renyi.mta.hu

I. A kutatóhely fő feladatai 2015-ben

Az MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet alapvető feladata, hogy az elméleti matematika területén világszínvonalú kutatásokat folytasson. Az intézet a nemzetközi matematikai élet jelentős központja. Munkatársai kiváló munkáját 2015-ben is számos hazai és nemzetközi elismerés illette. Az intézet kutató professor emeritája kapta ebben az évben az Akadémiai Aranyérmét, egy kutató professor emeritus díszdoktori címet kapott, egy kutató a Magyar Érdemrend tisztikeresztjében részesült, egy fiatal munkatárs Akadémiai Ifjúsági Díjat kapott, egy másik a Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza-émlékérmét. Az intézet egy kutató professor emeritusát választották az Európai Halmazelméleti Társaság elnökévé, másikat az IEEE Hamming-érmével tüntették ki. Két kutatójuk vett részt abban a széleskörű nemzetközi összefogással megvalósított projektben, amely a prím számok közötti hézagok becslésére irányult. A nagy visszhangot kiváltott eredményt ismertette az Amerikai Matematikai Társaság folyóirata a címlapján szerepeltette a kutatók fényképét, köztük az MTA Rényi Intézet két munkatársát. 2015-ben elindult egy újabb projekt az Európai Kutatási Tanács (ERC) ötéves támogatásával. Ez a hatodik ERC által támogatott kutatócsoport az intézetben, ezzel az MTA Rényi Intézet az új EU tagállamokban az egyik legsikeresebb intézmény az ERC pályázatain. Az Akadémia Lendület programjában is kiemelkedően eredményes az intézet, 2015-ben az ötödik Lendület-kutatócsoportot indíthatták, ezáltal a pénzügyi matematika területén.

Az intézet tudományos feladatai elsősorban az alapkutatásra koncentrálnak, de néhány alkalmazott matematikai témára is jelentős erőket fordítanak. Ezek a témák elsősorban a kriptográfia, a nagy hálózatok kutatása, valamint a bioinformatika, de a matematikai statisztikát is számos társtudományban (például az orvostudományban) használták.

A munka 9 tudományos osztály, 4 Lendület-kutatócsoport, valamint az újonnan létrehozott szakmódszertani kutatócsoport keretei között folyik. Az intézet kutatási tematikáit folyamatosan a matematika fejlődése által felvetett legújabb kérdésekhez igazítják.

II. A 2015-ben elért kiemelkedő kutatási és más jellegű eredmények

a) Kiemelkedő kutatási eredmények

Alacsony dimenziós topológia Lendület-kutatócsoport

A korábban talált csomóinvariánsok egy új tulajdonságát sikerült belátni: bizonyos paraméterérték mellett az invariáns alulról becsli a csomó 4-dimenziós sima nem-irányítható génuszát.

Egy olyan kontaktomorfizmus létezését látták be, mely sima leképezéseken keresztül az identitással izotóp, de kontaktomorfizmusokon keresztül nem. Hasonló technikákkal 5 vagy annál magasabb dimenziós euklideszi tereken egzotikus kontakt struktúrákat találtak. Kontakt sokaságok olyan tulajdonságait izolálták, melyek megmaradnak, illetve olyanokat, melyek nem maradnak meg, ha a sokaságot a 2-dimenziós tóruszal megszorozzuk, és a szorzaton a kézenfekvő kontakt struktúrát vesszük.

Sokaságok homológia osztályainak egyszerű részkomplexusokkal való reprezentálhatóságát vizsgálták. Belátták, hogy akárhogy adjuk meg a megengedett lokális struktúráknak egy véges listáját, mindig lesz olyan sokaság és benne egy homológia osztály, amit nem lehet így reprezentálni.

Finomították a korábban kiszámolt $A(k)$ és $D(k)$ típusú felületsingularitások n -pont Hilbert-sémáinak orbifold- és durva generátorfüggvényeit. Kapcsolatot találtak a két típusú generátorfüggvény között.

Belátták egy ECH-hoz kapcsolódó invariánst kiszámító formulát, mely segítségével szimplektikus beágyazások nemlétezését lehet megmutatni.

Befejezték a bizonyítását annak, hogy a geometriai génusza egy olyan Newton nemdegenerált felület szingularitásnak, melynek linkje racionális homológia gömb, megegyezik a link kanonikus spin-c struktúrájának Seiberg–Witten-invariánsával.

Az 1-kodimenziós prím Morin-leképezések kobordizmuscsoportjai és a komplex projektív tér stabil homotópiacsoportjai közti kapcsolatot dolgoztak ki, és az eredményeket spin sokaságok 3-kodimenziós prím Morin-leképezéseire kiterjesztették. Kohomológiaosztályok immerziókkal, illetve korlátos bonyolultságú szingularitásokkal rendelkező leképezésekkel való reprezentálhatóságát vizsgálták.

Belátták, hogy általános esetben egy betölthető Legendre-rész sokaság Reeb-húrjainak száma a betöltés stabil Morse-számával alulról becsülhető. Ez megjavítja az eddig ismert Arnold-féle, Legendre-rész sokaságokra vonatkozó becsléseket. Ezek mellett egy Lagrange-kobordizmusokra vonatkozó Floer-elméletet vezettek be.

Csoportok és gráfok Lendület-kutatócsoport

Vizsgálták a Bernoulli-perkoláció különböző kritikus paramétereinek viselkedését unimoduláris véletlen gráfokon, és ezen paraméterek folytonosságát lokális konvergencia esetén, alternatív irányból megközelítve Schramm lokalitási sejtését.

Vizsgálták Lie-csoportok rácsaiban a torzió homológia növekedését. Belátták, hogy magasabb rangú egyszerű rácsokban, amik generálhatóak végtelen rendű elemekkel úgy, hogy az ezeken vett felcserélhetőségi gráf összefüggő, bármely véges indexű részcsoportsorozatra elfajul a torzió homológia növekedése.

Folytatták a közös munkát mérhető ekvivalencia-relációk magasabb rendű cost-járól. Kiderült, hogy a felcserélhetőségi gráf magasabb rendű analógiával kontrollálni tudják a magasabb rendű torzió homológiákat.

Véletlen reguláris gráfok adjacencia mátrixának sajátvektorait elemezték. A kapcsolódó végtelen fogalom olyan folyamat a végtelen reguláris fán, amely (közelítőleg) kielégíti a sajátvektor egyenletet. Sejtik, hogy ha az IID folyamat egy faktorának a spektrálmértéke egy kis intervallumra van koncentrálna, akkor a folyamat közel van egy Gauss-hullámfüggvényhez. Ezt sikerült belátniuk abban a speciális esetben, amikor egy tetszőleges eloszlású IID folyamat lineáris faktorairól van szó.

Nagy hálózatok (sűrű és ritka) természetes gráfparamétereit elemezték konvergens gráfsorozatokra. Sűrű gráfsorozatokra elemezték a kromatikus mérték aszimptotikus viselkedését.

Véges csoportok konjugáltsági osztályainak számára olyan explicit alsó korlátot adtak, amely egyedül a csoport rendjének egy p prím osztójától függ. Ugyanez a korlát érvényes véges csoportok p' fokú komplex irreducibilis karaktereinek a számára is. Véges csoport konjugáltsági osztályainak számára olyan aszimptotikus alsó becslést is adtak, amely a csoport rendjének függvénye. Bebizonyították, hogy minden nem feloldható véges csoport előáll három olyan valódi részcsoporthának a szorzataként, amelyek egymáshoz konjugáltak.

Meghatározták a speciális relativitáselméletben alapvető szerepet játszó Einstein-féle gyrocsoport automorfizmusait és folytonos endomorfizmusait tetszőleges dimenzióban.

Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport

A valós hálózatok modelljeként is alkalmazható nagyméretű gráfok három, sűrűség szempontjából lényegesen különböző családjára vonatkozó kérdéseket vizsgáltak a kutatócsoportban. A véletlen reguláris gráfok (melyekben minden csúcs foka azonos, rögzített érték) sajátvektorairól az entrópia módszerével bizonyították, hogy eloszlásuk normális eloszláshoz tart, amint a csúcsok számával végtelenhez tartunk. Ez a Heisenberg-féle határozatlansági reláció egy analógiája, mely fontos lehet ezen véletlen gráfok szerkezetének megértésében is. Köztes növekedésű gráfok (ahol az élek száma a csúcsok számának lineáris függvényénél több, de négyzetes függvényénél kevesebb) spektrális és regularitási tulajdonságait is kutatták, az elméleti módszerek mellett számítógépes szimulációkat is végezve. A sűrű gráfok (ahol az élek száma a csúcsok számának négyzetével van kapcsolatban) limeszelméletét is továbbfejlesztették, többek között a határértékben megjelenő objektum egyértelműségével kapcsolatos kérdéseket tisztázva. Ezen kívül egy konkrét véletlen gráfsorozat konvergenciasebességéről is születtek eredmények.

Szintén a gráfok limeszelméletéhez kapcsolódóan bizonyos részgráfsűrűségek közti egyenlőtlenséget állító Sidorenko-sejtést több új esetben is bizonyították, bevezetve a tükrözési komplexumok fogalmát és kibővívte a korábbi információelméleti megközelítést.

Az elméleti kutatások további irányai között szerepelt a magasabb rendű Fourier-analízishez kapcsolódó alapvető objektumok (úgynevezett nilspace-eknek) megértése, valamint a másodrendű Fourier-analízis alkalmazása az additív kombinatorika területén. Ehhez a kompakt Abel-csoportokon értelmezett függvények limeszét definiálták és erre több ekvivalens jellemzést adtak meg. A Wiener-Wintner ergodelméleti tételkörben is sikerült új eredményeket elérni.

A csoport alkalmazott kutatásai ebben az évben főként bizonyos biológiai hálózatokkal, neurális hálózatokkal, az agy struktúrájával kapcsolatos kérdésekre koncentráltak. Neurális hálózatokat használó algoritmusokat fejlesztettek, a forradalmian új ún. „deep learning” módszer alkalmazásával. Ezeket képfelismerésre, rossz minőségű karakterek és számok felismerésre lehetett használni. Agykutatókkal közösen tanulmányozták az emberi agy működési struktúrája és a neurális hálózatok matematikai módszerei közötti analógiákat és különbségeket. Továbbá (más kutatókkal együttműködve) sikerült megoldani a Rhodes-sejtést.

Pénzügyi matematika Lendület-kutatócsoport

A kutatócsoport 2015. július 1-én jött létre. A csoport kutatási tevékenysége két témára koncentrált: optimális befektetések nagy pénzügyi piacokon, illetve nem likvid piacmodellek.

Sikerült bizonyítaniuk optimális befektetési stratégiák létezését a mikroökonómia egyik klasszikus modelljében, végtelenül sok pénzügyi termék jelenlétében. Ráműtött arra, mi romolhat el végtelen sok terméknel, ha csak nem élnek megfelelő előfeltevésekkel.

Belátták, hogy az ugró folyamatok is jól viselkednek nem likvid piacokon, enyhe feltételek megléte esetén. Ez az eredmény hozzájárul a nagy sebességű kereskedés jobb megértéséhez.

Szaktárszertani kutatócsoport

A csoport tagjai az MTA Szaktárszertani pályázatán dolgoztak. Ennek keretében hátrányos helyzetű diákok körében kerestek tehetségeket, illetve az ő tehetséggondozásukkal foglalkoztak. 11 szombati napon tartottak számukra tehetséggondozó foglalkozásokat. Emellett a speciális matematika tagozatokon tanító tanárok számára szerveztek szakmai programokat, koordinálták ezen osztályok tantervének korszerűsítését, aktualizálását.

2015-ben 22 hétfői matematikátábor szerveztek tehetséges diákok számára. Nagyjából 250 diák vett részt a táboraikban.

A nyár folyamán két nagy nyári matematika tábor szerveztek: a MaMuT-ot (Matematikai Mulatságok Tábor) és a MaMuT2-t. Kiemelkedő hazai és nemzetközi versenyeredményekkel rendelkező, 10-18 éves diákok vettek részt a táborokban, hogy fejlesszék matematikai tudásukat.

Négy alkalommal tartottak a matematikát és a matematika felfedeztető módon történő tanítását népszerűsítő programokat középiskolákban.

Sok tehetséges diákkal egyénileg, illetve 2-3 fős csoportokban is foglalkoztak.

A felfedeztető matematikatanítás alapjait tanították az ELTE-n és a Budapest Semesters in Mathematics Education programban is.

Algebra osztály

A klasszikus kommutatív invariánselmélet egy kézenfekvő nemkommutatív általánosításában a kommutatív polinomgyűrűk szerepét relatívan szabad asszociatív algebrák veszik át. Ezek a tenzoralkébrának T -ideálok szerinti faktorai, melyeken természetesen hat az alap vektortér lineáris transzformációinak bármely csoportja. Megmutatták, hogy a megfelelő invariáns algebra Hilbert-sora racionális törtfüggvény bármely redukív csoport esetén, illetve redukív csoport bármely maximális unipotens részcsoportha esetén. Ebben a nemkommutatív invariánselméletben az egyik régóta ismert alapvető tétel karakterizálja azon algebra varietásokat, amelyek relatívan szabad algebrákra igaz, hogy bármely rajtuk lineárisan ható véges csoport invariánsalgebrája végesen generált. Az azonban nem volt ismert, hogy a kommutatív algebrák varietásához hasonlóan minden ilyen varietásra létezik-e a véges csoportok invariánsalgebrájának generátoraira vonatkozó fokszámkorlát, amely univerzális abban az értelemben, hogy csak a csoporttól és a varietástól függ, de nem függ a kiindulásul vett reprezentációtól. Erre a kérdésre pozitív választ adtak (bolgár-magyar mobilitási csereprojekt keretében).

Meghatározták bizonyos kis rendű csoportok Noether-számának pontos értékét.

Folytatták véges csoportok invariáns algebrai multiplikatív ideálméletének kidolgozását. Abel-csoport esetén kapcsolatot teremtettek az invariánsalgebra multiplikatív monoidjából az invariáns algebra osztálycsoportja feletti zérusösszegű sorozatok monoidjába menő transzfer homomorfizmus, illetve az invariáns monomok monoidjából a karaktercsoport feletti zérusösszegű sorozatok monoidjába menő transzfer homomorfizmus között. Ezen utóbbi transzfer homomorfizmus áll az invariánselméleti Noether-szám és az aritmetikai kombinatorika Davenport-konstansa egyenlőségének háttérében.

Bevezették BF-monoidok k -adik Davenport-konstansának fogalmát, és bizonyították a véges csoportok 1-szorzatú sorozatai alkotta monoid k -adik Davenport-konstansának néhány alapvető tulajdonságát.

Folytatták áramlás politópokhoz rendelt beágyazott projektív varietások (tórikus tegezvarietások) eltűnési ideáljainak a vizsgálatát. Kifejlesztettek egy számítógépes módszert folyam politópok tórikus ideáljainak tanulmányozására. Megmutatták, hogy a legfeljebb 4-dimenziós esetekben a definiáló ideálok mindig másodfokban generálhatóak, egyetlen eset kivételével, amely a Birkhoff-politóphoz tartozik. Készítettek egy teljes listát a legfeljebb 3-dimenziós reflexív áramlás politópokról. Ezek a politópok Gorenstein-Fano tórikus varietásokat adnak meg.

További eredményeket értek el lokális egységelemek nélküli félcsoportok Morita-ekvivalenciájáról (ész-t-magyar akadémiai együttműködés keretében): egy új fogalom, a gyűrűelméleti analógiára bevezetett szilárd aktok és félcsoportok segítségével az elméletnek egy új megalapozása tűnik lehetségesnek. Jelentős haladást értek el az általános radikálmélet formák segítségével történő kategóriaelméleti megalapozása terén.

Additívan idempotens félgyűrűk Krull-dimenzióját tanulmányozták, mely prím kongruenciákból álló láncok segítségével definiálható. Megmutatták, hogy ha R egy additívan idempotens félgyűrű, akkor az R feletti polinomgyűrű dimenziója mindig eggyel nagyobb R dimenziójánál.

Algebrai geometria és differenciáltopológia osztály

Egy Riemann-sokaság rendelkezik a csőtulajdonsággal, ha egy görbe körüli r sugarú cső térfogata kis r esetén csak a görbe hosszától és r -től függ. Weyl klasszikus tétele szerint az állandó görbületű terek ilyenek, Gray és Vanhecke belátták, hogy az 1-rangú szimmetrikus terek is. Most sikerült bizonyítani, hogy minden harmonikus tér rendelkezik e tulajdonsággal, explicit képletet adtak a cső térfogatára és belátták, hogy ha egy Riemann-tér rendelkezik a csőtulajdonsággal, akkor d'Atri-tér, Einstein, és 2-stein. Bebizonyították továbbá, hogy a szimmetrikus terek közül csak a 2-pont homogén terek rendelkeznek a csőtulajdonsággal.

Vizsgálták egy sokaságon ható véges csoportok algebrai szerkezetét. Ellenpéldát találtak Ghys egy sejtésére, mely szerint egy kompakt sokaságra minden ilyen csoportban van a sokaságtól függő korlátos indexű kommutatív részcsoport. Belátták Ghys sejtésének gyengítését korlátos indexű feloldható részcsoport létezéséről és kutatták, hogy a feloldható helyett nilpotens részcsoportra is igaz-e az állítás.

Meghatározták speciális csúcspont szingularitások egyenleteit.

Bebizonyították, hogy bizonyos műtét 3-sokaságok esetében a Seiberg–Witten-invariáns stabil az univerzális Abel-fedésre nézve.

Karakterizálták azokat az algebrai csomókat és műtéteket, amelyek L -tér 3-sokaságokat adnak.

Bebizonyították, hogy egy normál felület szingularitás csomója pontosan akkor L -tér, ha a szingularitás racionális.

Algebrai csomók konkordancia génuszára vonatkozó becsléseket vizsgáltak. Bizonyították egy topologikus obstrukciót komplex síkgörbe-szingularitások deformációjára.

Osztályozták a racionális, egyetlen, irreducibilis szingularitással rendelkező komplex projektív síkgörbék szingularitás-típusait, ha azok pontosan két Newton-párral írhatók le.

Befejezték a számtestek feletti varietásoknak a maximális körosztási bővítés feletti kohomológiájáról szóló munkájukat. Megfogalmazták és bizonyították a kohomologikus főtétel pozitív karakterisztikájú testek feletti analógiáját, továbbá végességi sejtéseket fogalmaztak meg a maximális körosztási bővítés feletti Chow-csoport torziójáról. E sejtéseket 2-kodimenzióban sikerült bizonyítaniuk varietások egy tág osztályára, pl. teljes metszet varietásokra is.

Sikerült megmutatniuk, hogy bizonyos derivált de Rham-algebrák p -adikus telítései univerzális deformációgyűrűt adnak egy Fontaine által vizsgált klasszikus p -adikus deformációproblémára.

Meghatározták az A és D szingularitások lokális Hilbert-sémáinak Poincaré-sorait.

Vizsgálták egy felületszingularitáshoz rendelt csomó (3-dimenziós sokaság) ekvivariáns Poincaré-sorát. Sikerült bizonyítaniuk a Poincaré-sor speciális felosztására vonatkozó tételt, amely eredményeképpen egy olyan polinomiális invariánst kapnak, amely általánosítása a Seiberg–Witten-invariánsnak. Egy másik megközelítésben kapcsolatot teremtettek a Poincaré-sor és bizonyos nem-normális affin monoidok feletti modulusok Hilbert-sorai között.

Általánosították a topologikus Poincaré-sort az algebrai geometriában és a számelméletben ismert motivikus szerkesztés mintájára. Vizsgálták a sorok racionalitását, valamint kapcsolatot teremtettek ezen általánosított Poincaré-sorok és a rácspont kohomológia között.

Algebrai logika osztály

Több régen publikált és sokat vizsgált problémát sikerült megoldaniuk az algebra, geometria és logika érintkezésénél található fogalom-algebrák (más néven cilindrikus algebrák) és ezek alkalmazása terén. Az 1971-1985-ös Henkin–Monk–Tarski monográfia 4.2-es problémája azt kérdezi, hogy egy elmélet definiálható fogalmairól hány nem-ekvivalens állítást lehet megfogalmazni végtelen sok változójelet használva, függ-e ez a változójelek számától vagy pedig mindig kontinuum sok. Azt bizonyították, hogy ez a szám pontosan a változójelek hatványhalmazának számossága, tehát függ a változójelek számától.

Noha a probléma csak a nem-megszámlálható esetben volt érdekes, a logika alkalmazása szempontjából elsősorban fontos megszámlálható esetre vonatkozó további két problémát is sikerült megoldaniuk a bizonyításban konstruált új típusú modelleket használva. Nevezetesen, az említett monográfia 2.13-as problémájára választ adtak, ez a geometriai fogalom-algebrák strukturális leírására vonatkozik. Továbbá, az előző két probléma megoldása révén kirajzolódott egy fontos, eddig nem észrevett tulajdonság, aminek segítségével egyszerű algoritmikus felsorolást adtak a geometriai cilindrikus algebrák osztályában érvényes azonosságokra, ez a monográfia 4.1-es problémájára szolgált választ.

Választ adtak arra a kérdésre is, hogy a formulasémák két természetes logikája vajon egybeesik-e. A két logika abban tér el egymástól, hogy az egyikben véges, de tetszőlegesen nagy rangú relációk szerepelnek, míg a másikban végtelen rangúak. Az volt ismert eddig, hogy ugyanazok az állítások igazak a két logikában, és kérdés volt, hogy vajon a két logika különböző-e. Az előzőekben ismertetett problémák megoldásainak módszereit használva bebizonyították, hogy a két logika különböző, mert az egyikbeli elméleteknek van egy olyan tulajdonsága, amit a másik nem minden elmélete teljesít. Bizonyították továbbá, hogy mindkét logika kompakt.

A fenti eredmények tárgyát képező fogalom-algebrák, és a matematikai logika hozzájuk szorosan kapcsolódó definíció-elmélete közvetlenül alkalmazható a fizikai elméletek vizsgálatában. Például a segítségükkel lehet vizsgálni, hogy a való világ ugyanarról a területéről szóló, de teljesen más fogalom-palettával dolgozó különböző elméletek vajon ugyanazt mondják-e a megfelelő jelenségről vagy pedig pl. az egyik elmélet többet mond-e mint a másik. Ilyen irányú kutatásokat végeztek a relativitáselmélet területén.

Relativitáselméletben elfogadott nézet, hogy a relativitás elve ekvivalens a tér izotrópiájának és a tér-idő homogenitásának együttes feltevésével. Elsőrendű logikában különbözőképpen formalizálták a relativitás elvét, a tér izotrópiáját, valamint a tér és idő homogenitását, továbbá vizsgálták ezek kapcsolatát. A vizsgálat során kiderült, hogy bizonyos feltételek mellett a relativitás elvének különböző formalizációi ekvivalensek, az izotrópia és a homogenitás együttes feltevéséből nem mindig következik a relativitás elve. Továbbá megtalálták Einstein relativitási elvének természetesebb és általánosabb megfogalmazását, mely nem implikálja a tér izotrópiáját.

A speciális relativitáselmélet egy általános axiomatikus keretelméletében megmutatták, hogy a térre és az időre vonatkozó szimmetria axiómák csak akkor ekvivalensek, ha a megfigyelők olyan egységekben mérik a távolságot és az időt, hogy a fénysebesség számértéke ugyanakkora legyen számukra.

Analízis osztály

Megvizsgálták a véges sok intervallumból álló halmazokon az alapvető interpolációelméleti kérdéseket. Alsó és felső becsléseket adtak több intervallum esetén a Lagrange-interpoláció Lebesgue-függvényére és konstansára. Ehhez alkalmazták az inverz polinomiális leképezés módszerét, és ennek segítségével új megközelítést dolgoztak ki a diszjunkt intervallumokon való optimális Lagrange-interpolációra. Belátták, hogy ez a módszer hatékonyan alkalmazható azokon az intervallum rendszereken, melyeken léteznek az úgynevezett T -polinomok.

Új eredményeket értek el a többváltozós gyorsan csökkenő polinomok terén. Jellemezték ezen polinomok csökkenését a vizsgált tartományok határán a határ simaságának függvényében.

Általánosították a klasszikus Carathéodory–Fejér, illetve Turán-féle extrémális problémákat lokálisan kompakt Abel-csoportokra.

A Blaschke Guruló Kör tételek egy olyan általánosítását dolgozták ki, amelyben a klasszikus görbületi feltevést a határgörbe iránytangensének változására tett (sokkal gyengébb) diszkrét feltétel helyettesíti. Az elért eredmény következményeként nem csak az eredeti Blaschke-tételek, de azoknak egy 1984-ben Strantzen által bizonyított élesítése is közvetlenül adódik.

A polinomok deriváltjának alsó becslésére vonatkozó Turán–Erőd-féle témakörben egy évtizede, a maximum normára elért eredményeket most integrál normában vizsgálták meg. Mivel itt nem csak a maximum-pontban, hanem lényegében mindenütt szükséges a polinomnak és deriváltjának összehasonlítása, azért ez a probléma nehezebb: eddig az intervallum és az egységkör esetén kívül nem is volt ismeretes általánosabb eredmény.

A Delsarte-módszer egy javított variánsa segítségével felső becslést adtak az egység távolságot elkerülő mérhető halmazok sűrűségére a síkon. Valamint egy speciális halmazosztályra, blokkyszerű halmazokra a Brunn–Minkowski-egyenlőtlenség alkalmazásával ennél is jobb becslést adtak, amely magasabb dimenziókban is alkalmazható.

Megvizsgálták az úgynevezett hermitikus formák felbontásait, és igazolták ezekre „short-típusú” felbontás létezését. Ez a felbontási tétel közös általánosítása a jól ismert mértékekre vonatkozó Lebesgue felbontási tételnek és a Krein-féle operátor shortolásnak. Ennek segítségével igazoltak egy, a felsorolt klasszikus eredményekkel analóg tételt reprezentálható funkcionálokra.

Diszkrét matematika osztály

Befejezték a fák beágyazására vonatkozó sejtések bizonyításának leírását (150 oldal), ami egy cikksorozatban fog megjelenni.

Eredményeket értek el a kvázivéletlen gráfokra vonatkozó sejtéssel kapcsolatos extrém-struktúra unicitására vonatkozóan.

Megoldottak egy gráf-színezésekre vonatkozó extrémális problémát, ami egyszerű bizonyítást ad egy korábbi fél-gráfokra vonatkozó tételre is.

Korlátokat adtak meg speciális metsző halmazrendszerek profilmátrixára.

Mélyebben megértették a nevezetes Helfgott–Seress-átmérőkorlát bizonyítását (a most kapott bizonyítás sokkal rövidebb és érthetőbb).

Hatékony algoritmust adtak permutáció gráfok lista-színezésére.

Éles becslést adtak a rekurzív többségi függvény véletlenes döntési fa bonyolultságára.

Bebizonyították Erdős éldiszjunkt háromszögek számáról szóló sejtését teljes négyszög-mentes gráfokban.

Bebizonyították, hogy egy n csúcsú polyomino feldarabolható $(3n^2+4)/16$ legfeljebb 8 csúcsú polyominora.

Meghatározták teljes ötszög nélküli lineáris kör-mentes 3-uniform hipergráfok minimális függetlenségi számát és kromatikus számát.

A regularitási módszer néhány új hipergráf alkalmazását is vizsgálták. Foglalkoztak „igazi” alkalmazásokkal is: implementálták az algoritmikus Regularitási Lemmát (vagy legalábbis annak egy alkalmazható verzióját). Erre alapozva kidolgoztak egy klasztering algoritmust, amit sikerrel alkalmaztak konkrét adatbázisokra.

Meghatározták a legnagyobb pillangó nélküli metsző halmazrendszerek méretét. Találtak egy új bizonyítást a metsző k -lánc nélküli halmazrendszerekről szóló tételre.

Pontos eredményt értek egy meglehetősen széles hipergráf osztály pontos Turán-számának meghatározásában. Ez elvezethet az Erdős–Sós–Kalai-sejtés bizonyításához.

Bebizonyították a klasszikus Erdős–Gallai-tétel stabilitási változatát, amely az első igazi ilyen típusú eredmény a páros gráfok extrémális elméletében.

Az agy matematikai modellezésében izgalmas eredményeket értek el: A szomszédos neuronok össze vannak kötve, a távoli neuronpárok között pedig átlagosan jóval kevesebb a közvetlen összeköttetés. Ennek egy véletlen gráfokkal való modellezésében olyan tételt bizonyítottak, ami egybeesik azzal a megfigyeléssel, hogy az agyműködés gyors.

Két, félsíkok szétszedéséről szóló tételt sikerült általánosítaniuk pseudo-félsíkokra, többek között ez pontos eredményt ad nem korlátos konvex alakzat eltoltjaival való fedések szétszedésére.

Az NP osztály tetszőleges (bonyolult leírású) problémájához találtak ekvivalens gráfszínezési problémát.

Egyszerűsítették az egyik legalapvetőbb geometriai problémára, a legrövidebb rácsvektor problémára adott algoritmust. Ez több rokon geometriai probléma kezelését is megkönnyíti.

Tanulmányozták gráfok olyan csúcsszínezéseit, amelyekben bármely háromszög-részgráf csúcsein pontosan két szín fordul elő. Bizonyították, hogy az alsó kromatikus szám (ami a minimális lehetséges színszám) tetszőlegesen nagy lehet, továbbá a megfelelő eldöntési probléma NP-teljes. További tulajdonságként kimutatták, hogy a lehetséges színszámok alkotta kromatikus spektrumban tetszőlegesen nagy méretű „hézagok” lehetnek.

Kifejlesztettek egy módszert fokszámsorozatok összes lehetséges realizációjának meghatározásához.

Eredményesen dolgoztak a majdnem félig-reguláris páros gráf fokszámsorozatok mintavételezésén. A kapott gyors mintavételezés egyben lehetőséget nyújt bármely konkrét fokszámsorozat esetén az összes lehetséges realizáció számának pontos megbecslésére.

Megjavították a négyszög-mentes gráfok legnagyobb klikkjeivel kapcsolatos korábbi eredményeiket.

Megmutatták, hogy milyen egy gömbi véletlen politóp viselkedése abban az esetben, ha a pontok egy félgömbből jönnek.

Vizsgálták k -élgráfok tulajdonságait, és jellemezték azokat a gráfpárokat, amelyeknek Descartes-szorzata valamely gráf k -élgráfja. Bebizonyították továbbá, hogy a k -élgráfok felismerése NP-teljes probléma minden $k > 2$ egész számra.

A klasszikus gráfdominálási játékhoz hasonlóan bevezették a diszjunkt dominálási játékot és bebizonyították, hogy ennek két fontos változatában a konstruktív játékosnak minden összefüggő gráfon (illetve az egyik változatban minden, izolált csúcsot nem tartalmazó gráfon) van nyerő stratégiája.

A korábról ismert ládapakolási játékokat messzemenően általánosítva bevezettek egy olyan változatot, amelyben minden pillanatnyi helyzet kiértékelése egy mátrixban rögzített súlyozás szerint történik. Megmutatták, hogy ha a mátrix szimmetrikus, akkor létezik Nash-egyensúly.

Geometria osztály

Egy gráfot 1-síkgráfnak hívunk, ha lerajzolható a síkra úgy, hogy minden élen legfeljebb egy metszés van. Ismert, hogy egy n csúcsú 1-síkgráfnak legfeljebb $4n-8$ éle van, de – ellentétben a síkgráfokkal – egy maximális 1-síkgráfnak lehet sokkal kevesebb éle is. Erre az élszámra adtak alsó becslést.

Egy halmazrendszert szeparálónak hívunk, ha bármely két elemhez van olyan halmaz, ami pontosan az egyiket tartalmazza. Szeparáló halmazrendszerek elemszámára adtak korlátokat különböző feltételek mellett.

Bebizonyították a nevezetes Blaschke–Santaló-egyenlőtlenség analogonját olyan d -dimenziós konvex testekre, amelyek előállnak egyforma sugarú zárt gömbök metszeteként, illetve megmutatták a fordított izoperimetrikus egyenlőtlenséget olyan síkbeli alakzatokra, amelyek előállnak egyforma sugarú zárt körlapok metszeteként.

Felső korlátot adtak 3-dimenziós térbeli egyenesek páronkénti (nem tompa) szögei összegének maximumára, ezzel megjavítva Fejes Tóth László egy korábbi eredményét.

A gömbi plank probléma azon változatát vizsgálták, amikor a 3-dimenziós tér egységsgömbfelületét n darab egyforma szélességű, a gömb középpontjára szimmetrikus gömbövel (zónákkal) fedjük le. Alsó korlátot adtak a zónák minimális szélességére tetszőleges n esetén.

A gömb következő jellemzését adták tetszőleges állandó görbületű térben. Ha K és L megfelelően sima határu konvex testek, amelyek bármely kongruens példányainak metszete centrálisan szimmetrikus, akkor K és L kongruens gömbök.

Különböző csavart, ill. ferde prizmákat és dodekaédereket konstruáltak, amelyeket nem lehet szimplexekre darabolni új csúcsok bevezetése nélkül. Karakterizálták azokat az archimedeszi-poliédereket, amelyek felszínének háromszög felbontásai kiterjeszthetőek térbeli szimplex felbontásokra.

Kiterjesztették az affin felszínmérték fogalmát általános mértékekre. Ennek segítségével vizsgálták normális eloszlású, síkbeli véletlen pontok konvex határalakját, illetve a magasabb dimenziós analóg problémákat. Általánosították az l_p gömbök, illetve a szimplex alterekkel vett metszetére vonatkozó formulát, és vizsgálták az extrémális metszetek tulajdonságait.

Szükséges és elégséges feltételt adtak arra, hogy x -értékek egy végtelen sorozatán a k -adfokú polinomok szimultán approximálhatóak.

Megmutatták, hogy az epsilon-hálókra vonatkozó klasszikus Haussler–Welzl-tétel minden paraméterében pontos.

Pontos alsó becslést adtak n páronként metsző olyan síkgorbe metszéspontjai számára, amelyek közül semelyik 3 nem megy át egy ponton.

Halmazelmélet és topológia osztály

Vizsgálni kezdték különböző topologikus számosságfüggvények ún. környezet-kijelöléses verzióit. Például a $d(X)$ sűrűség $pd(X)$ környezet-kijelöléses verziója az a minimális számosság, melyre az X tér minden környezet-kijelöléséhez van ilyen számosságú, a kijelölés minden elemét metsző halmaz. Sikerült belátni, hogy a következő három állítás ekvivalens: (1) Minden X Hausdorff-térre $pd(X) = d(X)$. (2) Minden X 0-dimenziós Hausdorff-térre $pd(X) = d(X)$. (3) Minden limesz számosság erős limesz. Ezzel Banach és Ravszki két problémáját is megválaszolták.

Azt a kérdést vizsgálták a Christensen-féle Haar-nullság fogalmát használva, amely egy általánosítása a Haar-mérték szerinti nullmértékűségnek nem lokálisan kompakt csoportokban. Számos fontos esetben (pl. a véletlen gráf automorfizmus-csoportja, vagy a racionális számok, mint rendezett halmaz automorfizmus-csoportja) sikerült teljes leírást adniuk, illetve általánosították R. Dougherty és J. Mycielski eredményeit.

Belátták a Christensen-féle Haar-null halmazokkal kapcsolatban, hogy bizonyos, naiv változatai ezen fogalomnak nem viselkednek szépen, ezek a halmazcsaládok nem zártak unióra, így nem jó általánosításai a Haar-mérték szerint nullmértékű halmazoknak.

Megvizsgálták a véletlen folytonos $f: K \rightarrow \mathbb{R}^d$ függvény szinthalmazainak Hausdorff- és pakolási dimenzióját is, ahol K egy nem megszámlálható kompakt metrikus teret jelöl. Fő eredményük, hogy a véletlen függvény legtöbb szinthalmazának maximális a Hausdorff-dimenziója, csakúgy, mint a függvény grafikonjának. Ez általánosítja Dougherty, Bayart, Heurteaux, Antunovic, Burdzy, Peres és Ruscher eredményeit.

Rangnak egy rendszám értékű függvényt nevezünk, ilyeneket általában objektumok komplexitásának leírásához használunk. Kechris és Louveau dolgozta ki a Baire 1 függvényeken értelmezett rangok elméletét. Ezt kutatóik kiterjesztették a Baire alfa függvényosztályokra, majd ennek alkalmazásaként megoldottak egy paradox geometriai átdarabolásokkal kapcsolatos problémát. A bizonyítások során Kechris és Louveau eredményeit általánosították kompakt metrikus alapterek helyett tetszőleges lengyel alapterek esetére.

A Tarski és Givant által elkezdett, kutatási irány fő kérdése, hogy az elsőrendű logika mely fragmentumai eldönthetőek, illetve melyek rendelkeznek a Gödel-féle nemteljességi tulajdonsággal. Egy új algebrai módszert kidolgozva egyszerűbb bizonyításokat nyertek a már ismert eredményekre, és cilindrikus algebraik további osztályaira sikerült igazolniuk az eldönthetetlenséget és a Gödel-tulajdonságot. Egyetlen osztályra maradt nyitva a kérdés.

Új elégséges feltételt találtak generikus automorfizmus létezésére, melynek segítségével újabb homogén struktúrákról mutatták ki, hogy vannak generikus automorfizmusaik, s ennek véges kombinatorikai következményeit is vizsgálták.

Számelmélet osztály

2015-ben folytatták az egymást követő prímelek különbségére vonatkozó, nagy nemzetközi visszhangot kiváltó kutatásaikat. A korábban Goldston, Pintz és Yıldırım által kidolgozott módszer továbbfejlesztésével Zhang, majd Maynard igazolta, hogy az egymást követő prímszámok közt végtelen sok korlátos hézag van. Zhang, és különösen Maynard módszerének további fejlesztésével sikerült Erdős és Turán több régi, 50-60 éves problémáját megoldaniuk, amelyek egymást követő prímelek hézagaira vonatkoztak. Ezen kívül igazolták, hogy végtelen sok olyan számpár van, amelyek különbsége legfeljebb 17, és amelyek egyik tagja prím, másik tagja pedig páratlan sok osztóval rendelkezik. Ez az ikerprím probléma egy másik megközelítése, és Zhang és Maynard előtt ez nem volt ismert 17 helyett semmilyen konstanssal.

Kombinatorikus és additív számelméleti problémákat és ilyenekkel szoros kapcsolatban álló analitikus kérdéseket vizsgáltak. Az egységtávolságot nem tartalmazó halmazok sűrűségéről szóló cikk megjelent. Készülőben van egy tanulmány a különbségek és többtagú összegek lehetséges számosságainak összevetéséről. Az ún. összeg-szorzat becslésekben azt vizsgálják, hogy általánosságban mi a kapcsolat azon két halmaz nagysága között, amelyeket úgy kapunk, hogy egy kiinduló természetes számokból álló halmaz elemeit páronként egyik esetben összeadjuk, másik esetben összeszorozzuk. Erdős és Graham egy sejtését kiterjesztve meghatározták azokat a kommutatív csoportokat, melyeket lehet úgy rendezni, hogy ne legyen bennük 3 tagú monoton számtani sorozat. Azt is megmutatták, hogy minden feloldható csoportnak van olyan jólrendezése, amelyben nincs 6 tagú monoton számtani sorozat.

Az automorf formák gazdag szimmetriával rendelkező harmonikus hullámok, amelyek segítenek az egész számok megértésében. Fontos feladat az automorf formák értékelésének tanulmányozása. Korábban erős és természetes becsléseket adtak arra vonatkozóan, hogy „milyen magasra csaphat” egy harmonikus hullám, ha a szimmetriákat a Gauss-egészek feletti bizonyos 2×2 -es mátrixok szolgáltatják. Az eredmények egy részét most sikerült általánosítani oly módon, hogy a Gauss-egészek felett bármilyen algebrai számtest egészei vehetők. Vizsgálták még az automorf formák negyedik momentumának átlagát is.

Az általuk néhány éve bizonyított Poisson-féle összegzési formulában automorf formák hármasszorzat integráljai léptek fel súlyokként. Most ezen súlyok és Rankin-Selberg L -függvények között sikerült kapcsolatot feltárniuk. Egy azonosságot (dualitási relációt) bizonyítottak, melynek egyik oldalán Rankin-Selberg L -függvények, másik oldalán az említett hármasszorzatok szerepelnek.

Valószínűség-számítás és statisztika osztály

Vizsgálatokat folytattak speciális struktúrán történő véletlen bolyongás tulajdonságairól. A következő témákban értek el eredményeket: erős approximáció a lokális helyzetre és lokális időre vonatkozóan, tartózkodási idő, további kapcsolatok a megfelelő Wiener-folyamattal. Additív funkcionálok aszimptotikus tulajdonságait (határeloszlás, erős tételek) vizsgálták a fenti bolyongásra, kiterjesztve a független összegekre vonatkozó közös bolyongás megfelelő eredményeit. Vizsgálták a független összegekre és felújítási folyamatra vonatkozó Vervaat-folyamatot erősen függő valószínűségi változók összegére és annak inverzére. Ebben az esetben a határfolyamat az ún. frakcionális Wiener-folyamattal fejezhető ki.

Továbbfejlesztették a több bemenetű aszinkron csatornák hibaexponensére (a végtelenhez tartó blokkhosszúságú kóddal aszimptotikusan elérhető hibavalószínűsége) adott eredményüket. Új eredményeket bizonyítottak entrópiafunkcionálok minimalizálására általános konvex feltételek mellett, valamint a korábbi (lineáris feltételek melletti) eredmények újabb pénzügyi matematikai alkalmazását adták: „Multiple priors” kockázatmodellekre igazolták, hogy a közel maximális kockázatot jelentő eloszlások mindegyike Bregman értelemben közel van egy explicite megadható, esetleg nem teljes eloszláshoz akkor is, ha nem létezik maximális kockázatot jelentő eloszlás. Az információs kritérium alapján történő statisztikai modellválasztás területén jelentős lépést tettek a véges ábécére vonatkozó korábbi eredményük megszámlálható ábécére való kiterjesztése felé.

Független egyforma eloszlású valószínűségi változók részletösszegeiből álló családok szuprémumának a farok eloszlására adtak becsléseket. Ez korábbi eredmények élesítése, amely hasznos lehet a nem paraméteres maximum likelihood módszerek vizsgálatában is.

Erősen keverő Markov-mezők esetén a korábban ismerteknél egyszerűbb bizonyítást adtak a logaritmusos Sobolev-egyenlőtlenségre

(i) a Dobrushin–Shlosman-féle teljes analiticitási feltétel mellett,

(ii) továbbá ennek egy gyengített változata, a Pico–Martinelli-féle keverési feltétel mellett.

Bioinformatikai problémák vizsgálatában hatékony adatstruktúrát és ehhez kapcsolódó hatékony algoritmust dolgoztak ki, amelynek segítségével reprezentálni lehet a Bayes statisztikai mintavételezésekből származó többszörös szekvenciaillesztések halmazát, és meg lehet határozni a konszenzus illesztést.

Megmutatták, hogy adott páros fokszámsorozatokat realizáló, bizonyos kényszerfeltételeket teljesítő gráfokon a swap Markov-lánc gyorsan kever, ha a fokszámsorozat majdnem félig reguláris. Megmutatták azt is, hogy a probléma önhasznó.

Megadtak egy Gibbs mintavételezési eljárást tetszőleges bináris fák legtakarékosabb felcímkézéseire az SCJ genomátrendeződsi modellben. Bebizonyították, hogy ez a Markov-lánc irreducibilis. A módszert implementálták, tesztelték valódi biológiai adatokon.

Szükséges és elégséges feltételt adtak arra, hogy mikor létezik egy teljes páros gráf félig reguláris faktorizációja, és jellemezték azokat a permutációkat, amelyek segítségével bármelyik faktorizáció bármelyik másikba transzformálható.

Az osztály folytatott statisztikus fizikai kutatásokat is. Ennek elvégzéséhez szükséges volt kidolgozni a standard párok csatolásos módszerének általánosítását a magas dimenziós esetre. A két hulló golyóból álló rendszerek dinamikájának a leírását befejezték. Az ezt ismertető előadás első helyezést ért el a Loughborough-ban rendezett tavaszi iskola előadói versenyén.

Bebizonyítottak néhány eredményt a síkbeli közel-kritikus és dinamikus Bernoulli és FK-perkolációról, továbbá írtak egy appendixet Ahlberg és Steif egy cikkéhez a perkoláció kritikus ablakáról. Befejezték vizsgálatukat egy SLE darabokból építkező konforminvariáns növekedési folyamat vizsgálatáról.

Befejezték kutatásukat a bootstrap perkoláció zajérzékenységéről a négyzet rácson és a d -reguláris véletlen gráfon. Spin rendszerek (perkoláció, Ising-modell) eseményeinek ritka rekonstrukciójáról bizonyítottak mind pozitív, mind negatív eredményeket.

Megmutatták, hogy egy kb. tíz évvel ezelőtt bevezetett, a távolságkorreláció kiszámításával foglalkozó és statisztikai alkalmazásokban népszerű módszer végrehajtásához nem szükséges a természetesen adódó n^2 lépésszám, hanem elegendő konstansszor $n \log n$ lépés is, ahol n a minta nagyságát jelöli. Egy másik elért eredményben Gamma-változók lineáris kombinációinak extrémális valószínűségeit számolták ki, és ezt alkalmazták sztochasztikus algoritmusokban.

Foglalkoztak gyakorlati problémákban felmerülő statisztikai alkalmazásokkal is. Ilyen volt a Rasch-módszer alkalmazása a parlagfü adataira.

Alkalmazások

Az MTA Rényi Intézetben végzett kutatások döntő többségét a matematika belső fejlődése által felvetett kérdések vizsgálata alkotja. A felfedező kutatások mellett az intézet próbálja alkalmazni az alapkutatásokban elért új eredményeit, az utóbbi években általában a kriptográfia és a bioinformatika területén. Öröndetes, hogy a már véglegesített kriptográfiai Lendület-kutatócsoporthoz mellett az újonnan alakult Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoporthoz is bekapcsolódott az alkalmazott kutatásokba, a bioinformatika (matematikai módszerek alkalmazása az agykutatásban) területén.

Az intézet munkatársai 2015-ben folytatták közös kutatásaikat a KOKI kutatócsoporthoz, illetve elkezdtek egy interdiszciplináris szemináriumsorozatot a *Matematika alkalmazása az agykutatásban* címmel. A 2015 II. félévében tartott 6 szemináriumon a Rényi Intézet és a KOKI munkatársai ismertették a széles körű hallgatósággal kutatásaik azon területét, ahol a két tudományág együttműködése hasznos eredményekre vezethet.

A konkrét közös kutatások központi témája továbbra is a hippocampusban kialakuló magas frekvenciájú, ún. „ripple oszcilláció”. A kutatásban résztvevő munkatársak elsősorban arra a kérdésre keresik a választ, hogy milyen neurális kapcsolatok létrejötte szükséges ahhoz, hogy kialakuljon az agyban megfigyelt dinamika. E kutatások eredményeként eddig egy közös cikk született.

Ebbe az együttműködésbe kapcsolódtak be a Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport és a Limits of Structures ERC kutatócsoport munkatársai, melyek alkalmazott kutatásai ebben az évben főként bizonyos biológiai hálózatokra, neurális hálózatokra, az agy struktúrájával kapcsolatos kérdésekre koncentráltak. Neurális hálózatokat használó algoritmusokat fejlesztettek ki a forradalmian új ún. „deep learning” módszer alkalmazásával, melyeket képfelismerésre, rossz minőségű karakterek és számok felismerésre lehet felhasználni. Agykutatókkal közösen tanulmányozták az emberi agy működési struktúrája és a neurális hálózatok matematikai módszerei közötti analógiákat és különbségeket. További új kutatási irányt kezdtek a mesterséges neurális hálózatok vizsgálatában. A generative mesterséges neurális hálózati modellek egy új, valószínűség-számítási módszerek inspirálta osztályát vizsgálták. A generative neurális hálózatok fő feladata, hogy ismeretlen valószínűségi változókat fedezzen fel megadott példák alapján. Ez egy igen általános feladat, melyet jól szemléltet az alábbi példa: egy jól működő generative neurális háló képes lehet hamisítványok létrehozására egy adott művész munkáinak megfigyelése alapján. A kutatócsoport eddig megalkotott modellje természetesen erre még nem képes, de már versenyképes egyszerűbb, hasonló feladatok esetén, mint pl. a kézírás utánzása. Az új algoritmusok tervezésében elért eredményeken kívül a projekt state-of-the-art szoftvertechnológiákat és mesterséges neurális hálózatok kezelésének módszertanát igényelte.

A fentiekén kívül az MTA Rényi Intézet munkatársai további együttműködést folytattak a bioinformatika területén a University of Oxford, a University of South Carolina és a University of Notre Dame kutatóival. Ezen közös kutatások eredményeként két cikk jelent meg a BMC Bioinformatics, és egy-egy a SIDMA, a PLoS ONE és a New Journal of Physics folyóiratokban.

Az első akadémiai Lendület projekt keretében létrejött és véglegesített Kriptográfiai kutatócsoport a korábbi eredményekre támaszkodva folytatta kutatásait. Megjelent az előző évi budapesti kriptográfiai konferencia legjobb előadásait tartalmazó Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica különszám. A csoport tagjai számos hazai és nemzetközi konferencián tartottak előadást: CECC15, EURO2015 (az első European Conference for Operational Research and Management Science), Real World Cryptography Workshop, Cost Action Meeting, and CryptoCurrency. Több kriptográfiai konferencia programbizottságába kérték fel őket, közöttük a CECC15 valamint a 2015-ös INSCRYPT. A csoport nagy nemzetközi elismerését jelzi, hogy a CryptoAction Core Group nemzetközi szervezet 2016 tavaszán az MTA Rényi Intézetben tartja „Cryptography for secure digital interaction” című konferenciáját (<https://cryptoactionsymposium.wordpress.com>).

A kutatók szakmai előmenetele

Az intézet munkatársai közül 2015-ben ketten lettek az MTA doktorai és hat fiatal kutató szerezte meg a PhD fokozatot. Az év végén 8 akadémikus (a statisztikai állományi létszám szerint 7), 36 akadémiai doktor (stat. 27) és 48 PhD fokozattal rendelkező, illetve kandidátus (stat. 47) dolgozott az intézetben, 28-an (stat. 25) még nem szereztek tudományos fokozatot. Emellett 12 kutatóprofesszor emeritus/emeryita vesz részt az intézet tudományos munkájában (közülük 7 akadémikus, 5 akadémiai doktor). Nagy hangsúlyt fektetnek a fiatal – PhD tanulmányaikat folytató vagy éppen azt befejező – tehetségek bevonására az intézeti kutatómunkába. 2015 folyamán további 6 fiatal kutatót alkalmaztak az Akadémia által biztosított új, illetve megüresedett fiatal kutatói álláshelyeken. Ezekkel együtt 2015-ben összesen 20 fiatal kutató dolgozott az intézetben. Az intézet szerződéses kapcsolatban áll a Közép-Európai Egyetemmel (CEU), amelynek keretében 24 doktorandusz munkáját irányította intézeti kutató.

b) Tudomány és társadalom

Az intézet alapkutatási témáinak többsége sajnos nem alkalmas a társadalommal folytatott párbeszéd közvetlen tárgyának. Ugyanakkor a kutatók nemzetközi sikerei a médiában is megjelenítették az intézetben folytatott kutatásoknak a jelentőségét.

Az intézet munkatársai fontos szerepet vállalnak a matematika népszerűsítésében, ismeretterjesztő előadásokat tartanak középiskolások és egyetemisták számára. Rendszeresen sor kerül a Magyar Tudomány Ünnepe keretében az intézeti bemutatkozó rendezvényre, ahol elsősorban középiskolások és tanáraik tájékozódhatnak a matematikusi pálya kihívásairól és szépségeiről. Az intézet munkatársai részt vesznek a matematikai tehetségek gondozásában, 2015 során is számos matematikai táborot és más rendezvényt szerveztek a tárgy iránt érdeklődő diákoknak. Az intézet szakmai hátteret biztosít a középiskolák speciális matematikai tagozatainak tanárainak is.

III. A kutatóhely hazai és nemzetközi K+F kapcsolatai 2015-ben

Hazai kapcsolatok

Az intézet kutatói több budapesti és vidéki felsőoktatási intézmény (ELTE, BME, Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Szegedi Tudományegyetem, Pannon Egyetem stb.) munkájában vesznek részt. Különösen jelentős a szerepük a doktorképzésben és a mesterszakos képzésben. Az intézet kutatói közül 17-en törzstagok különböző doktori iskolában, 60 doktorandusz munkáját irányítják témavezetőként. Kiemelt jelentőségű az intézet számára a Közép-Európai Egyetem (CEU) Matematikai Tanszékével folytatott együttműködés. A CEU matematikai doktori és mesterképzési programjának oktatói és témavezetői zömében az intézet kutatói közül kerülnek ki. A tanszék vezetője, és a doktori program irányítója is az intézet munkatársa. A Budapest Semesters in Mathematics angol nyelvű egyetemi részképzési program oktatóinak java része is az intézet kutatója. Ez a program az amerikai egyetemekre viszi el a magyar matematika hírért, és mintául szolgál más nemzetközi oktatási programoknak is. Az intézet számára nagy jelentőségű a tudományos utánpótlással való közvetlen kapcsolat, ennek jegyében 2015-ben az intézet 60 munkatársa, a teljes kutatói létszám 57%-a oktatott valamelyik hazai felsőoktatási intézményben, 2 TDK-dolgozat, 18 alapszakos és 21 mesterszakos diplomamunka témavezetését látták el az intézet kutatói.

Az akadémiai megújítási program részeként ismét lehetőség nyílt arra, hogy egyetemi kollégák egy vagy két szemeszert oktatási feladataiktól mentesülve az intézetben tölthessenek vendégkutatóként. E program keretében 2015 folyamán a BME-ről egy, az ELTE-ről hat, a Szegedi Tudományegyetemről két, a Debreceni Egyetemről és a Pannon Egyetemről pedig egy-egy oktató kapcsolódott be az MTA Rényi Intézetben folyó kutatómunkába.

Az intézetben heti rendszerességgel folyó szakmai szemináriumok munkájában igen nagy számban vesznek részt más intézmények, köztük vidéki egyetemek munkatársai is, ezáltal ezek a szemináriumok az egész hazai matematikai életre jelentős hatást gyakorolnak.

Az MTA Rényi Intézet kutatói a matematikai közélet feladataiból hagyományosan számarányukon felül veszik ki részüket. Ezek között említhető az MTA Matematikai Tudományok Osztályában és akadémiai bizottságokban, az OTKA testületeiben, a Bolyai János Matematikai Társulatban (BJMT) végzett munka. Az MTA III. Osztály elnöke, az MTA Matematikai Bizottság elnöke és titkára, a Matematikai Doktori Bizottság titkára, a Bioinformatikai Osztályközi Állandó bizottság egyik alelnöke, valamint titkára, az AKT Matematikai és Természettudományi szakbizottságának eddigi elnöke, az OTKA Matematikai Zsűri elnöke, a BJMT elnöke, tudományos szakosztályának elnöke és titkára, alkalmazott matematikai szakosztályának alelnöke mind az MTA Rényi Intézet kutatói.

Nemzetközi kapcsolatok

Az intézet kutatói igen széleskörű nemzetközi kapcsolatokkal rendelkeznek. A társszerzős munkák zömében a szerzők között az intézeti kutató(k) mellett külföldi matematikusokat találunk. Közös projektek és közösen szervezett konferenciák is jellemzőek.

Az intézet munkatársai közül 2015-ben harmincan vettek részt nemzetközi konferencia szervezésében, néhányan közülük több alkalommal is. Hét nemzetközi konferenciára került sor az intézet épületében. Ezek közül kiemelkedő jelentőségű volt az intézet egykori igazgatójának 100. születési évfordulója alkalmából tartott „Intuitive Geometry, László Fejes Tóth Centennial” konferencia, továbbá a „Stochastics and Interactions” és az „Asymptotic Group Theory” konferenciák, mindkettőn a sok nemzetközi nagyság között egy-egy Fields-érmes előadóval. Az intézetben dolgozó fiatal kutatók szervezésében immár hetedik alkalommal került sor az ún. „Emléktábla Workshop”-ra.

Az MTA, illetve TÉT kétoldalú cserekapcsolatok keretében megvalósult utazások sikeresen szolgálták a tudományos együttműködést, segítségükkel eredményes közös kutatások folyhattak, hasznos információcserére, illetve konferencia-részvételre nyílt lehetőség.

Az intézet kutatói összesen tizenhárom nemzetközi tudományos bizottságban vettek részt. 159 alkalommal szerepel intézeti kutató neve nemzetközi folyóirat szerkesztő bizottságának névsorában. A munkatársak 2015-ben összesen 311 előadást tartottak nemzetközi rendezvényeken, ezek közül sokat meghívott, illetve plenáris előadóként.

Az intézetből 2015-ben tizenegy kutató volt távol fél évnél hosszabb ideig a következő külföldi intézményekben: University of Chicago (USA), City University of New York (USA), National Science Foundation (USA), Auburn University (USA), University of Memphis (USA), École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Svájc), Lancaster University (Anglia), Université Catholique de Louvain (Belgium), Université de Toulouse (Franciaország), Technische Universität Graz (Ausztria).

Az intézeti kutatók által elnyert ERC támogatások és a Lendület projektek keretéből, illetve más forrásokból összesen 16 külföldi kutató dolgozott az intézetben 1–6 hónapot (az összesített időtartam 61 hónap), többek között Franciaországból, Spanyolországból, Svájcban, Olaszországból, Izraelből, az USA-ból, Kanadából, Iránból, Tajvanról és Koreából. Az intézetben rövidebb időt töltő külföldi látogatók száma 2015-ben – a konferenciák résztvevőit, illetve az alkalmazásban lévőket nem számítva – 77 fő volt.

IV. A 2015-ben elnyert fontosabb hazai és nemzetközi pályázatok rövid bemutatása

Hazai pályázatok

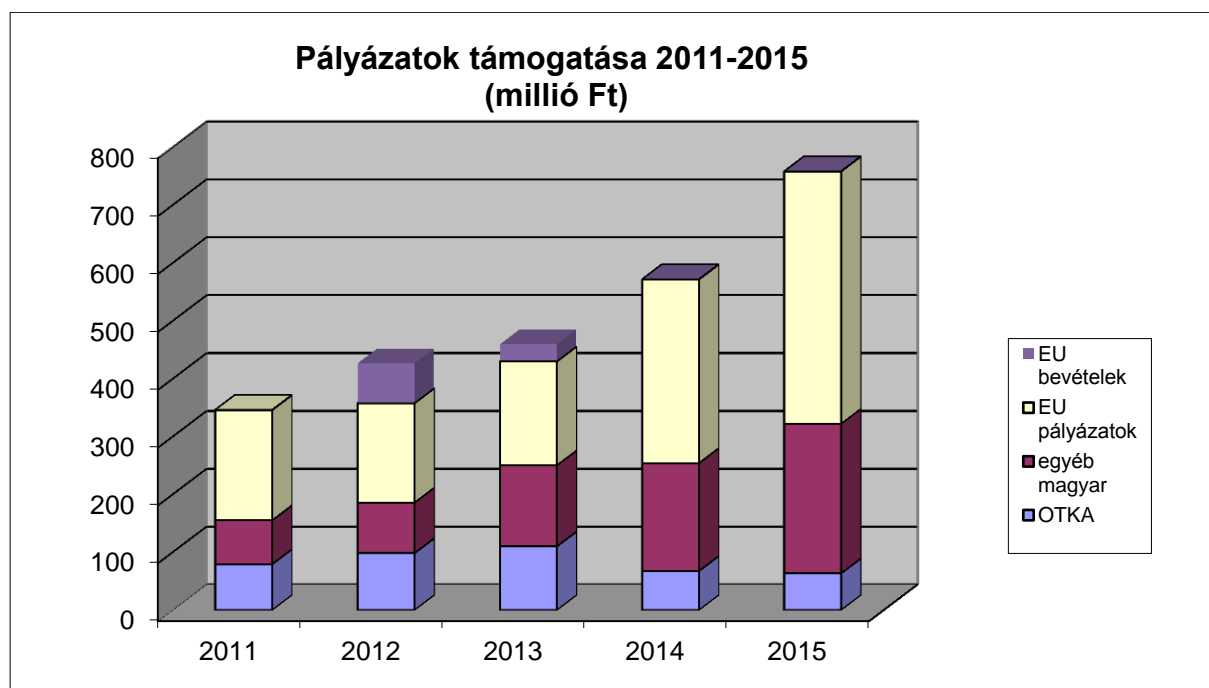
Az intézet a korábbi évek gyakorlatának megfelelően mind a beadott pályázatok, mind a nyertes pályázatok számát tekintve 2015-ben is jól szerepelt a hazai OTKA pályázatokon. 2015-ben újabb három kutatási (K, közülük egy nagyköltésű) OTKA és egy ARSS-OTKA (szlovén-magyar együttműködés) pályázat nyert el támogatást. Ezeken felül benyújtásra került egy ERC_HU_15 pályázat (mely azon kutatók részére lett kiírva, akik az EU ERC pályázatokra „A” minősítést kaptak, de forrás hiányában az Európai Unió mégsem tudta támogatni őket), melyet 2015-ben nyertesként bíráltak el, de a hivatalos értesítést csak 2016-ban küldték meg. A 2014-ben nyertes OTKA projektek nagyobb része 2015. január 1-jén indult, míg a 2015-ben benyújtott és nyertes OTKA projektek (az ARSS-OTKA projekt kivételével) 2016 elején indulnak. Ezek eredményeként összességében az OTKA projektek támogatása intézeti szinten a korábbi évekhez hasonló mértékben alakult és ez várható 2016-ra is.

Nemzetközi pályázatok

Az MTA Rényi Intézet a matematikai felfedező kutatási projektjeivel nemzetközi szinten a European Research Council (ERC) kiírásaira és a mobilitási (Marie Curie) kiírásaira tud a legnagyobb eredményességgel pályázni. 2015. július 1-jén indult az ERC Consolidator Grant kategóriában nyertes „Asymptotic invariants of discrete groups, sparse graphs and locally symmetric spaces” című projekt, amely a Csoportok és gráfok Lendület-kutatócsoportozhoz kapcsolódik. 2015 végén került nyilvánosságra az intézet egy másik ERC Consolidator Grant pályázatának az eredménye; ez a pályázat is „A” értékelést kapott, de forrás hiányában nem nyert uniós támogatást, így jogosult az NKFIH ERC_HU_15 támogatására pályázatot benyújtani. Az intézetnek további két EU mobilitási pályázat által támogatott projektje indult 2015-ben, egy korábban nyertes, de csak ebben az évben indult FP7 PEOPLE IEF projekt és egy 2015-ben nyertes H2020 MSCA mobilitási projekt.

Összességében az intézet 2015. évi pályázatokból származó bevétele jelentősen meghaladta a korábbi évek hasonló bevételeit, elsősorban az európai uniós pályázati bevételeknek, másodsorban az akadémiai Lendület-kutatócsoportok támogatásának köszönhetően. 2015-ben a Rényi Intézetben 5 EU ERC projekt, 4 EU mobilitási projekt, 4 MTA Lendület-kutatócsoport és 22 OTKA projekt futott. Ezek a Lendület, OTKA és EU-s projektek együttesen biztosítják, hogy a pályázati bevételek várhatóan ne csökkenjenek 2016-ban nagyobb mértékben.

A következő diagram mutatja a pályázati bevételek alakulását az elmúlt 5 év folyamán (a bevételek számításánál kisebb korrekcióval, átcsoportosítással éltünk az egyes évek közötti, főleg a speciális EU-s elszámolási szabályok okozta eltérések kiküszöbölésére).



V. A 2015-ben megjelent jelentősebb tudományos publikációk

1. Abért M, Csikvári P, Hubai T: Matching Measure, Benjamini–Schramm Convergence and the Monomer–Dimer Free Energy. *J Stat Phys*, 161:(1) 16-34 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33505>
2. Aistleitner C, Berkes I, Seip K: GCD sums from Poisson integrals and systems of dilated functions. *J Eur Math Soc. (JEMS)*, 17:(6) 1517-1546 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33507>
3. Balka R, Buczolich Z, Elekes M: A new fractal dimension: The topological Hausdorff dimension. *Adv Math*, 274: 881-927 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33511>
4. Bárány I, Holmsen AF, Karasev R: Topology of Geometric Joins. *Discrete Comput Geom*, 53:(2) 402-413 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33515>
5. Böröczky KJ, Lutwak E, Yang D, Zhang G: Affine images of isotropic measures. *J Differential Geom*, 99:(3) 407-442 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33521>
6. Carassus L, Rásonyi M, Rodrigues AM: Non-concave utility maximisation on the positive real axis in discrete time. *Math Financ Econ*, 9:(4) 325-349 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/30233>
7. Erdős PL, Kiss SZ, Miklós I, Soukup L: Approximate Counting of Graphical Realizations. *PLOS ONE*, 10:(7) e0131300 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33524>
8. Frasca P, Garin F, Gerencsér B, Hendrick JM: One-dimensional coverage by unreliable sensors. *SIAM J Control Optim*, 53:(5) 3120-3140 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33542>

9. Harangi V, Virág B: Independence ratio and random eigenvectors in transitive graphs. *Ann Probab*, 43:(5) 2810-2840 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33543>
10. Janson S, T Sós V: More on quasi-random graphs, subgraph counts and graph limits. *European J Combin*, 46: 134-160 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/21016>
11. Károlyi Gy, Nagy ZL, Petrov F, Volkov V: A new approach to constant term identities and Selberg-type integrals. *Adv Math*, 277: 252-282 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33544>
12. Kollár J, Némethi A: Holomorphic arcs on singularities. *Invent Math*, 200:(1) 97-147 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33546>
13. Lovász L, Szegedy B: The automorphism group of a graphon. *J Algebra*, 421: 136-166 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33547>
14. Ozsváth P, Stipsicz A, Szabó Z: Grid Homology for Knots and Links, In: *Mathematical Surveys and Monographs*; 208, American Mathematical Society, Providence, p. 410 (2015) (ISBN:978-1-4704-1737-6)
15. Simonyi G, Tóth Á: Dilworth rate: a generalization of Witsenhausen's zero-error rate for directed graphs. *IEEE Trans Inf Theory*, 61:(2) 715-726 (2015) <http://real.mtak.hu/id/eprint/33548>