

Véges geometriák szerepe az Extremális Gráfelméletben

Simonovits Miklós

November 9, 2025

A véges geometriai konstrukciók alapvető fontosságúak az extremális gráfelméletben. Az előadásban elsősorban a Turán típusú extremális problémákhoz tartozó konstrukciókról fogok beszélni, a szokásosnál informálisabban, bizonyos megoldatlan problémákkal kapcsolatban.

Probléma 1 (Turán típusú problémák). *Adott a kizárt gráfok egy $\mathcal{L}$ osztálya, határozzuk meg, vagy legalábbis becsüljük meg $\text{ex}(n, \mathcal{L})$ -et.*

Az extrém gráfoknál általában szükségünk van egy felső becslésre, illetve egy alsó becslésre, ahol a "degenerált" esetben véletlen, vagy geometriai vagy algebrai konstrukciókat használunk.

Probléma 2 (C_8 problémája). *Igaz-e $\text{ex}(n, C_8) > c_1 n^{1+\frac{1}{4}}$ valamilyen $c_1 > 0$ -ra?*

Probléma 3 (C_{2k} problémája). *Igaz-e $\text{ex}(n, C_{2k}) > c_k n^{1+\frac{1}{k}}$ valamilyen $c_k > 0$ -ra?*

Beszélni fogok ezen problémák és a "Racionális Exponens" sejtés kapcsolatáról.

Amennyiben időm engedi, kitérek egy ide lazán kapcsolódó konstrukciócsoportról is, a "Kis-Margulis" konstrukcióról, illetve ennek messzemenő általánosításáról, a Margulis-Lubotzky-Philips-Sarnak konstrukciókról: itt nem geometriákat használunk, hanem Cayley gráfokat.