

**Házi feladat a május 10-i gyakorlatra**  
(Feladva május 3-án)

1. Mutassuk meg, hogy a  $K_n$  teljes gráf élhalmaza több mint  $2^{n-4}$  lényegesen különböző (azaz nemizomorf) módon partícionálható  $n - 1$  darab teljes páros gráf élhalmazára!
2. Gyárfás és Sumner híres (és máig nyitott) sejtése szerint tetszőleges  $T$  fához létezik olyan  $f_T : N \rightarrow N$  függvény, amire fennáll, hogy ha  $G$  olyan gráf, aminek nincsen  $T$ -vel izomorf feszített részgráfja, akkor

$$\chi(G) \leq f_T(\omega(G)).$$

Bizonyítsuk be, hogy ha a  $T$  fa egy csillag (tehát  $T \cong K_{1,r}$  valamilyen fix  $r$ -re), akkor a sejtés igaz.

3. Jelölje  $R(3; t)$  azt a legkisebb  $n$  természetes számot, amire fennáll, hogy  $K_n$  éleit  $t$  színnel színezve valamelyik színben biztosan keletkezik egyszínű háromszög.

Bizonyítsuk be, hogy

$$R(3; n) \leq 1 + n! \left( 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} \right).$$