

Házi feladatok az április 9-i gyakorlatra
(Feladva március 26-án)

1. Hány csúcsa van a $\text{KG}(n, k)$ Kneser gráfban található legnagyobb csúcsszámú teljes páros részgráfnak?
2. Definiáljuk az r -uniform $\text{KG}^{(r)}(n, k)$ Kneser hipergráfot minden $r \geq 2, k \geq 1$ és $n \geq rk$ pozitív egészekből álló számhármásra az alábbi módon

$$V(\text{KG}^{(r)}(n, k)) := \binom{[n]}{k},$$

$$\mathcal{E}(\text{KG}^{(r)}(n, k)) := \{\{A_1, A_2, \dots, A_r\} : \forall i \neq j \ A_i \cap A_j = \emptyset\}.$$

Bizonyítsuk be, hogy

$$\chi(\text{KG}^{(r)}(n, k)) \leq \left\lceil \frac{n - (kr - 1)}{r - 1} \right\rceil + 1.$$

3. $\text{ch}(K_{2,2,\dots,2}) = ?$

Itt a $K_{2,2,\dots,2}$ jelölésben az indexben n darab kettes szerepel, és ez azt a gráfot jelöli, amiben a csúcsok n darab, egyenként kételemű osztályba vannak sorolva, az egyes osztályokon belül nem futnak élek, míg bármely két különböző osztályba eső csúcs össze van kötve.

4. Mi a pontos feltétele annak, hogy egyenlőség álljon a LYM egyenlőtlenségben?
5. Milyen hosszú a $\text{KG}(n, k)$ Kneser gráfban található legrövidebb páratlan hosszúságú kör?