

Általános egyensúlyi modellek megoldása nemlineáris programozási eszközökkel

Lovics Gábor

A standard mikroökonómia megközelítés alapján egy tökéletes piacon fogyasztói (termelői) döntéseiket úgy határozzák meg, hogy az árakat külső, általuk nem befolyásolható adottságnak tekintik, is így döntést csak vásárolt (megtermelt) áruk mennyiségéről hoznak. Ezek a döntések aztán kialakítják a piaci keresletet (kínálatot), melyeknek hatására kialakul a piaci ár. Az így kialakult ellentmondás feloldására alakultak ki az úgynevezett általános egyensúlyi modellek, melyekben a szereplők közvetlenül ugyan nem befolyásolják az árakat, mégis döntéseik eredőjeként alakul ki.

A általános egyensúlyi modelleket először Léon Walras (1874/1926) fogalmazta meg, és azt kérte fel, hogy létezik-e az általa vázolt modelleknek megoldása. Bár azt gondolta, hogy megtalálta az általa felvetett kérdésre az igenlő választ az ő bizonyítása matematikailag egyértelműen hibás. Teljes általánosságban a kérdésre a választ Arrow – Debreu szerzőpáros 1954-ben publikált műve adta meg, mely nagymértékben hozzájárult ahhoz, hogy a két szerző egymástól függetlenül megnyerte a közgazdasági Nobel-díjat. Ez az eredmény meglehetősen általános esetben bizonyította azt a tényt, hogy létezik megoldása általános egyensúlyi modelleknek, azonban a megoldás megkereséséről semmit nem mondott és ez a kérdés nagyrészt azóta sem tisztázott.

Bár általánosan nem ismert megoldása az általános egyensúlyi modellek néhány nagyon speciális esetben mégis megoldható a feladat. Eisenberg – Gale szerzőpáros 1959-es eredmény például megmutatja, hogy az úgynevezett cserekereskedelmi modell lineáris hasznossági függvények esetén polinom időben megoldható, sőt Yinyu Ye egy 2008-as tanulmánya alapján ez a feladat belsőpontos módszerekkel lineáris programozási feladatokhoz hasonló módon és időben megoldható. Szintén ebből a cikkből ismert, hogy ha szintén a tiszta cserekereskedelmi modelleket vizsgáljuk, akkor, a Leontief féle hasznossági függvények esetén, a feladat akár NP-teljes is lehet, függően attól, hogy pontosan hogyan írjuk fel a modellt.

Előadásomban az itt leírt eredmények mellett röviden vázolni fogom azt is, hogy milyen lehetőségeket arra, hogy a területen matematikailag és közgazdaságilag is érdekes új eredmények szülessenek.