

Koprím lineáris csoportok bázisszáma

Legyen Ω véges halmaz, és $G \leq \text{Sym}(\Omega)$ egy Ω -n ható permutáció csoport. Az $\{\omega_1, \dots, \omega_n\} \subseteq \Omega$ részhalmazt a G egy bázisának hívjuk, ha G elemei közül csak az identikus leképezés hagyja fixen ezen részhalmaz összes elemét. A G összes bázisának mérete közül a legkisebbet a G permutáció csoport bázisszámának nevezzük.

Számos algoritmus ismert permutációcsoportokkal kapcsolatosan, mely a csoport egy bázisát használja, és ezen algoritmusok futási ideje függ a használt bázis elemszámától, így gyakorlati szempontból is fontos kérdés egy permutáció csoport esetén egy kis elemszámú bázis konstruálása.

Egy különösen gyakran vizsgált szituáció a következő: Legyen $G \leq GL(V)$ lineáris csoport, mely hat a V véges vektortéren a szokásos módon, és tegyük fel, hogy ez a hatás koprím, azaz $(|G|, |V|) = 1$. Koprím lineáris csoportokra S. Dolfi és E. P. Vdovin egymástól függetlenül igazolták, hogy egy ilyen csoport hatás bázisszáma legfeljebb kettő. Tetszőleges koprím lineáris csoportokra a bázisszám még mindig korlátos: D. Gluck és K. Magaard igazolták, hogy minden koprím lineáris csoport bázisszáma legfeljebb 94.

Egy mostanában elkészült kéziratban Podoski Károllyal közösen megmutatjuk, hogy tetszőleges koprím lineáris csoport bázisszáma is legfeljebb kettő, ezzel közös általánosítását adva a fent említett eredményeknek. Az előadáson a bizonyítás főbb gondolatmenetét tekintjük át.