

MTA RÉNYI ALFRÉD MATEMATIKAI KUTATÓINTÉZET

1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15.; 1364 Budapest, Pf. 127
telefon: (1) 483 8302; fax: (1) 483 8333
e-mail: palfy.peter.pal@renyi.mta.hu; honlap: www.renyi.mta.hu

I. A kutatóhely fő feladatai 2016-ban

Az MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet alapvető feladata, hogy az elméleti matematika területén világszínvonalú kutatásokat folytasson. Az intézet a nemzetközi matematikai élet jelentős központja. Munkatársai kiváló munkáját 2016-ban is számos hazai és nemzetközi elismerés illette. A Magyar Tudományos Akadémia az intézet egyik kutatóját rendes taggá, egy másikat levelező taggá választotta. Egy kutató Széchenyi-díjat kapott, egy másik az MTA Matematikai Tudományok Osztályának Erdős Pál-díjában részesült. Egy fiatal munkatárs elnyerte az Akadémiai Ifjúsági Díjat, egy másik a Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza emlékérmét. Az intézet egy kutató professor emeritusa az amerikai Rutgers Egyetem életműdíját kapta. 2016 folyamán 5 ERC által támogatott kutatócsoport működött az intézetben. Az Akadémia Lendület programjában is kiemelkedően eredményes az intézet, 2016-ban a hatodik Lendület-kutatócsoportot indíthatták, ezúttal a véletlen spektrumok témakörében.

Az intézet kutatói 171 tudományos közleményt publikáltak a beszámolási év során. Legkiemelkedőbb eredményeik a legjelentősebb nemzetközi matematikai folyóiratokban (Annals of Mathematics, Journal of the American Mathematical Society, Duke Mathematical Journal, Journal of the European Mathematical Society, Annals of Probability stb.) láttak napvilágot.

Az intézet tudományos feladatai elsősorban az alapkutatásra koncentrálnak, de néhány alkalmazott matematikai témára is jelentős erőket fordítanak. Ezek a témák elsősorban a kriptográfia, a nagy hálózatok kutatása (ezen belül újabban indított témájuk a mesterséges intelligencia kutatásában alapvető szerepet játszó „deep learning”), valamint a bioinformatika, de a matematikai statisztikát is számos társtudományban (például az orvostudományban) használták.

A munka 9 tudományos osztály, 5 Lendület-kutatócsoport, valamint a nemrégiben létrehozott szakmódszertani kutatócsoport keretei között folyik. Az intézet kutatási tematikáit folyamatosan a matematika fejlődése által felvetett legújabb kérdésekhez igazítják.

II. A 2016-ban elért kiemelkedő kutatási és más jellegű eredmények

a) Kiemelkedő kutatási eredmények

Alacsony dimenziós topológia Lendület-kutatócsoport

Lefschetz-fibrálások minimális szinguláris fibrumszámát vizsgálták abban az esetben, ha a bázis a tórusz. Meglepő módon ennek a kérdésnek szoros kapcsolata van hamis komplex projektív síkok topologikus konstrukciójával. Folytatták Seifert fibrált sokaságok kontakt struktúráinak betölthetőségére vonatkozó vizsgálataikat is. A Heegaard–Floer-homológia alapjairól szóló könyv első 10 fejezete elnyerte végleges formáját; ebben a munkában több korábbi eredményt újragondoltak, új bizonyítást adtak az alaptételekre, illetve más megvilágításba helyeztek korábbi eredményeket. A 2013-as bonni, Freedman tételéről szóló féléves szemináriumról készített jegyzet megírásában is részt vettek.

Formulát találtak $(p,1)$ típusú ciklikus hányados szingularitások Hilbert-sémái Euler-karakterisztikáinak generátorfüggvényeire. Ez az eredmény új levezetést adott a diagonálisan színezett Young-diagramok többváltozós generátorfüggvényére vonatkozó formulára. A konkordizmus csoportot, illetve a 3-dimenziós homológia gömbök csoportját vizsgálták, különös tekintettel a köztük lévő homomorfizmusok természetére. Továbbá 3-sokaságoknak spin 4-sokaságokba való beágyazhatóságát kutatták. Láncok konkordizmus invariánsait találták meg rács-homológia segítségével. Vizsgáltak továbbá Lagrange-féle kobordizmusokat Legendre-féle részsokaságok között.

Beágyazott kontakt homológia és 4-sokaságok Gromov-invariánsainak homotopikus finomítását fejlesztették ki. Ezek segítségével Taubes invariánsainak csavart változatát definiálták, és kapcsolták egy bizonyos 3-sokaság csavart Alexander polinomjához. Beágyazott kontakt homológia egy kombinatorikus átfogalmazását adták meg tórikus sokaságokra; ezen eredmények javítottak korábbi beágyazhatósági tételeket szimplektikus 4-sokaságok között. Az R^{2n+1} -en lévő egzotikus kontakt struktúrákat tanulmányozták és vizsgálták azt, hogy a Bourgeois-féle kontakt struktúrák közül melyek betölthetőek.

Az 1-kodimenziós prím Morin-leképezések kobordizmuscsoportjainak és a komplex projektív tér stabil homotópiacsoportjai közti kapcsolat bizonyítását továbbfejlesztették és egyszerűsítették. Az eredményeket általánosították magasabb kodimenziós prím Morin-leképezésekre.

Szinguláris leképezések klasszifikáló tereinek ún. kulcsfibrálással való konstrukciójában az indukáló leképezéseket kifejezték az eddiginél explicitebb módon.

Csoportok és gráfok Lendület-kutatócsoport

Belátták, hogy létezik olyan partíciója R^3 -nek összefüggő „szép” darabokra, hogy a darabok szomszédsági gráfja a 3-reguláris végtelen fa, és a partíció egybevágóság-invariáns, és ezen túl a partíció osztályokat nem lehet megkülönböztetni bármely invariáns módon meghatározott tulajdonság révén. A (látszólag jól támogatott) sejtés az volt, hogy ilyen konstrukció nem létezik. Vizsgálták, hogy tranzitív és unimoduláris véletlen gráfok mikor ágyazhatóak be invariáns módon euklideszi terekbe. Bizonyították, hogy unimoduláris véletlen hipervéges gráfok beágyazhatóak ilyen módon R^3 -be.

Végtelen reguláris fán egy IID folyamat faktoráról ismert, hogy két távoli csúcs kevésbé korrelált. Ezt az eredményt kiterjesztették a következő módon: belátták, hogy minden IID faktornak triviális az úgynevezett „1-ended tail” szigma-algebrája, és hogy véges állapotú folyamat esetén a fa egy konvex része csupán kevés információt árul el egy távoli csúcsról.

Meghatározták a véletlen d -reguláris páros gráf adjacencia mátrixának co-rang határeloszlását modulo p . Ez egybeesik a sűrű véletlen páros gráfhoz tartozó határeloszlással, ha p nem osztja d -t. A nem páros modell esetének vizsgálata folyamatban van.

Általánosították Kun csoportelméleti konstrukcióit hipervéges komplexusokra: a cél Freedman és Hastings stratégiájának alkalmazása a kvantum PCP sejtés megtámadására.

Belátták, hogy adott féligegyszerű Lie-csoportozat tartozó Ramanujan lokálisan szimmetrikus terek tetszőleges sorozata, ahol a térfogat végtelenhez tart, szükségképpen Benjamini-Schramm konvergál a Lie-csoport szimmetrikus teréhez. Serre sejtése szerint az összes aritmetikus lokálisan szimmetrikus tér ilyen. Belátták, hogy egy lokális-globálisan konvergens gráfsorozat limeszének a cost-ja megegyezik a sorozat kombinatorikus cost-jával. Ez több ismert tétel új, egyszerűbb bizonyítását adja, illetve az új eredményt, hogy egy amenábilis

csoporthoz véges indexű részcsoporthoz tetszőleges Farber-sorozatára elfajul a rang növekedése: ez eddig csak láncokra volt ismert.

Bevezetésre került egy olyan konvergenciafogalom, amely közös általánosítása a korlátos fokú gráfok és a sűrű gráfok szokásos konvergenciájának. Sikerült ennek az új gráflimeszelméletnek a kereteit kialakítani és számos érdekes példát mutatni konvergens gráfsorozatokra és becsülhető gráfparaméterekre. Reménybeli limeszobjektumok is bevezetésre kerültek. Sikerült limeszobjektumot konstruálni a véges projektív síkok, illetve a hiperkockák sorozatához, sőt valójában minden, lényegében nagykörű konvergens gráfsorozathoz is, bár gyengébb értelemben.

Belátták Pyber egy 1993-ból származó sejtését, amely egy konstans szorzótól eltekintve meghatározza, mekkora egy véges primitív permutáció-csoport minimális bázis száma.

Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport

A csoport 2016-ban is folytatta a gráfok, mint kombinatorikai struktúrák limeszelméletének vizsgálatát. Ezt a kutatási irányt, melynek segítségével a folytonos objektumokat kezelő analízis és a valószínűségszámítás eszközeivel véges gráfokra vonatkozó eredmények érhetőek el, részben a valóságban megjelenő nagyméretű hálózatok megértése motiválja. Ezen a területen azt vizsgálták, hogy a sűrű gráfok korábban kidolgozott limeszelméletét hogyan lehet a ritka (szubkvadratikusan véges) esetben általánosítani. Bebizonyították, hogy a konvergens sorozatok határértéke reprezentálható egy Borel-mértékkel a Cantor-halmaz négyzetén. Ennek a jelentőségét az adja, hogy a gyakorlati alkalmazásokban előforduló gráfok (szociális hálók, neuronok kapcsolódási hálójai stb.) többnyire ritkák. A ritka gráfokkal kapcsolatban olyan módszereket is találtak, amelyek például leírják a gráfok fraktálszerű viselkedését. Egy másik fontos eredményük a véletlen mátrixok elméletéhez is kapcsolódó véletlen reguláris gráfról szól, amelyek sajátvektorairól bebizonyították, hogy elemeinek eloszlása nagyjából Gauss-eloszlású kell, hogy legyen. A sűrű véletlen gráfok közül pedig olyanokat vizsgáltak és hasonlítottak össze egymással, melyek (a valós élethez hasonlóan) folyamatosan növekszenek, és a nagyobb fokú csúcsok nagyobb valószínűséggel kapnak új éleket.

A magasabb rendű Fourier-analízissel kapcsolatos munka is folytatódott, egyrészt a készülő jegyzet gyarapításával, másrészt új tételek bizonyításával. Ennek az elméletnek kulcsszerepe van a prímek közötti számtani sorozatok tanulmányozásában is. Ugyanakkor ennek az elméletnek egy speciális esetét, a kvadratikusan véges esetnek az alkalmazásait is vizsgálták: pénzügyi és természeti idősorok előrejelzésére használható szoftvereket fejlesztettek.

A napjainkban széles körben alkalmazott és kutatott, mesterséges intelligencián alapuló algoritmusok és a mély tanulási (deep learning) módszerek vizsgálata is jelentős szerephez jutott a csoport munkájában. Ezek a módszerek egyre gyakrabban épülnek be a hétköznapi, ipari vagy információtechnológiai alkalmazásokba, például képfelismerő, adattömörítő vagy adatfeldolgozó szoftverekbe. A csoport célja, hogy a limeszfogalmak felhasználásával erősebb, tisztább matematikai alapokra helyezze a napjainkban oly sikeressé váló mély tanulási módszereket, és ilyen módon kapcsolatot teremtsen az intézetre hagyományosan jellemző elméleti alapoktatás és a nagy ipari kutatóközpontokra (Google, Facebook stb.) jellemző alkalmazott kutatási tevékenység között. 2016 során a kutatás fókuszában a generatív neuronháló modellek (elsősorban statisztikai feladatokra, valószínűségi eloszlások közelítésére), illetve a reziduális hálózatok voltak, melyet többek között természetes képek osztályozására használtak. Számítógépes kísérletekkel vizsgálták neurális hálózatok különböző topológiáit, ezek működését. Vizsgálták a hálózatok mélységének és szélességének

a tanulásra gyakorolt hatását, illetve véletlen mélységű neurális hálózatokat és autoencoder alapú modelleket is fejlesztettek.

Pénzügyi matematika Lendület-kutatócsoport

Fő kutatási irányvonaluk a sztochasztikus irányításelmélet és annak alkalmazásai befektetési problémákra.

Pénzügyi piacokon a kereskedett értékpapír mennyisége nagyban befolyásolja annak árát, ezt a jelenséget illikviditásnak nevezik. A matematikai modellezés csak mostanában zárkózott fel és adott megfelelő matematikai leírást erre a jelenségre. Sikerült optimális befektetések létezésére bizonyítást adniuk olyan piaci szereplők esetére, akik mind kockázatkereső, mind kockázatkerülő viselkedést is mutatnak, ahogyan ez a befektetőkön ténylegesen megfigyelhető. Ezen eredmények hozzájárulnak az ilyen piaci jelenségek jobb megértéséhez.

A részvényárak elemzése azt mutatja, hogy a régebbi árak erősen befolyásolják a mostaniakat. Az ilyen „memória” hatását vizsgálták és közelítő formulát találtak, ami kifejezi, hogyan hat a memória „hosszúsága” az optimális portfóliók eredményére.

Úgynevezett adaptív algoritmusokkal kezdtek foglalkozni, amelyek az adott sztochasztikus rendszer dinamikáját követik anélkül, hogy ezt a dinamikát pontosan meghatároznák. Sikerült új eredményeket elérniük az ilyen adaptív sémák konvergenciájáról abban az esetben, amikor az alkalmazott függvények nem folytonosak. Ez gyakran van így az alkalmazásokban, de elméletük még alig kidolgozott. Ezen kutatásokat a londoni Alan Turing Intézet egy „kis kutatócsoportjának” keretében végezték, két kollégával az edinburgh-i egyetemről.

Optimális befektetésekről szóló eredményeket terjesztettek ki arra az esetre, amikor az adott piaci szereplő bennfentes információval is rendelkezik. Képleteket találtak az optimális befektetés eredményére.

Véletlen spektrumok Lendület-kutatócsoport

Mint ismert, a természetben van néhány valószínűségi eloszlás, ami sokszor előjön, amikor több véletlen esemény közös hatását vizsgáljuk. A legismertebb ezek közül a normáeloszlás. Egy másik nagyon fontos ilyen a Tracy–Widom-eloszlás, ami egy véletlen mátrixoknál, véletlen permutációknál, illetve bizonyos lerakódási folyamatoknál jelenik meg, és a modern valószínűségszámítás egyik központi témája. Felfedezték, hogy ez az eloszlás megjelenik bizonyos véletlen Schrödinger-operátorok esetében is, ezzel bekapcsolva egy teljes kutatási területet a Tracy–Widom-eloszlás hatáskörébe.

Másrészt fontos eredményeket értek el az úgynevezett kicserélődési folyamatok tanulmányozásában. Belátták, hogyha n sorbarendezett részecskét párok cserélgetésével viszonylag gyorsan véletlenszerűen fordított sorrendbe állítunk, akkor ez nagy n -re a véletlenség ellenére egy bizonyos előírt rend szerint történik. Többek között – meglepő módon – a részecskék szinuszgörbék mentén mozognak.

Szaktudományi kutatócsoport

A csoport tagjai 2016-ban sikeresen pályáztak az MTA négyéves Tantárgy-pedagógia Kutatási Programjára. Ennek a pályázatnak a munkáját szeptemberben kezdték meg.

A speciális matematika tagozatokon tanító tanárok számára szerveztek szakmai programokat, koordinálták ezen osztályok tantervének korszerűsítését, aktualizálását.

2016-ban 21 hétvégi matematikátábort szerveztek tehetséges diákok számára. Nagyjából 250 diák vett részt a táboraikban. A nyár folyamán két nagy matematikátábort szerveztek: a MaMuT-ot (Matematikai Mulatságok Tábora) és a MaMuT2-t. Kiemelkedő hazai és nemzetközi versenyeredményekkel rendelkező, 10-18 éves diákok vettek részt a táborokban, hogy fejlesszék matematikai tudásukat.

Több alkalommal tartottak matematikát és a matematika felfedeztető módon történő tanítását népszerűsítő programokat középiskolákban. Sok tehetséges diákkal egyénileg, illetve 2-3 fős csoportokban is foglalkoztak. Hátrányos helyzetű hatodik osztályos diákok számára tartottak 11 egymásra épülő szakkört, alkalmanként 4 iskolai órának megfelelő terjedelemben.

A felfedeztető matematikatanítás alapjait tanították az ELTE-n és a Budapest Semesters in Mathematics Education programban is.

Algebra osztály

Szoros kapcsolatot teremt az additív kombinatorika és az invariánselmélet között az a tény, hogy egy véges Abel-csoport Noether-száma (a csoport felbonthatatlan polinominvariánsainak maximális lehetséges foka) megegyezik a Davenport-konstanssal (felbonthatatlan zérusösszegű sorozat maximális hossza). Az invariánselméletben az utóbbi 15 évben előtérbe került a szeparáló rendszerek (generátorrendszerek általánosítása) vizsgálata. Az előbb említett alapvető tény mintájára sikerült jellemezniük egy véges Abel-csoport szeparáló rendszereinek fokára vonatkozó felső korlátot tisztán a csoport feletti zérusösszegű sorozatok elméletének nyelvén. Ezt a karakterizációt alkalmazták annak igazolására, hogy szinte minden véges Abel-csoport esetén a szeparáló rendszerekre vonatkozó univerzális fokszámkorlát kisebb, mint a polinominvariánsok algebráinak generátorrendszereire vonatkozó fokszámkorlát.

Meghatározták az összes 32-nél kisebb elemszámú véges csoport Noether-számát, valamint számítógép segítségével ezen csoportoknak a kis és nagy Davenport-konstansát. Az eredmények megerősítik Geroldingernek és Gryniewicznek azt a sejtését, mely szerint a Noether-szám nagyobb, mint a kis Davenport-konstans, ugyanakkor az első példát szolgáltatják olyan csoportra, amelynek a Noether-száma nagyobb, mint a nagy Davenport-konstans. A p -csoportok Noether-számára adtak egy általános érvényű felső becslést.

Nagata adta az első példát olyan csoportreprezentációra, amelyhez tartozó polinominvariánsok algebrája nem végesen generált. Ezen nevezetes algebra Steinberg-féle változatának kiszámították a Hilbert-sorát, és kiderült, hogy bár az algebra nem végesen generált, ez a Hilbert-sor szép racionális törtfüggvény. Ez az eredmény egy akadémiai bolgár-magyar mobilitási projekt keretében született.

Félcsoportok Morita-ekvivalenciájának a vizsgálata során gyűrűelméleti analógiára bevezették az ún. szilárd félcsoportok fogalmát. A szilárd félcsoportok a faktorizálható félcsoportoknak egy meglehetősen nagy részosztályát alkotják. Jelentős eredményeket értek el a szilárd félcsoportok Morita-ekvivalenciája terén. Bebizonyították, hogy két szilárd félcsoport szilárd aktjainak a kategóriái között bármely ekvivalencia funktor tenzor szorzat funktor, továbbá két szilárd félcsoport fölött a szilárd jobb aktok kategóriái akkor és csak

akkor ekvivalensek, ha a két félcsoport között Morita-összefüggés áll fenn bijektív leképezésekkel. Ez a tétel eddig csak lokálisan egységelemes félcsoportokra volt ismeretes, a szilárd félcsoportok osztálya pedig ezeknél lényegesebben bővebb.

Folytatták Peirce-gyűrűk strukturális vizsgálatát, megadva egy Wedderburn principális felbontás-szerű eredményt minden n -dimenziós Peirce-gyűrűre. Az ún. erős n -Peirce-gyűrűk automorfizmus csoportját leírták komponensei automorfizmus csoportjainak a segítségével.

Megmutatták, hogy a korábban kommutatív félgűrűkre bevezetett Krull-dimenzió fogalom egybeesik a szokásos dimenzió fogalommal tropikus varietások esetén. Bebizonyították azt, hogy egy tropikus varietást definiáló ún. „bend” relációk hányados félgűrűjének a Krull-dimenziója mindig pontosan eggyel nagyobb az eredeti varietás dimenziójánál.

Tanulmányozták matroid politópok és általánosított polimatroidok tórikus ideálját, és ezek generátoraira speciális esetekben fokszám korlátot adtak meg.

Algebrai geometria és differenciáلتopológia osztály

Fontos sejtést állítottak fel és bizonyítottak a racionális egycsúcsú projektív síkgörbékről. Kiszámították bizonyos műtét háromsokaságok univerzális Abel-fedéseinek Seiberg–Witten-invariánsait (ezen a téren ez az első ilyen típusú eredmény).

Bebizonyították A. Durfee 1978-ban megfogalmazott híres sejtését (a Milnor-fibrum szignatúrájának a negativitását) 2-dimenziós hiperfelület szingularitásokra. Továbbá teljes metszetek szignatúrájára is szoros egyenlőtlenségeket láttak be, kombinatorikus egyenlőtlenségeket javítva.

Kiszámították az egyszerű felületszingularitások Hilbert-sémáinak számoló függvényeit.

Meghatározták bizonyos nemizolált 2-dimenziós hiperfelület szingularitás Milnor-fibrumjának peremét, mint gráf-sokaságot.

Fontos eredményeket értek el tetszőleges algebrai csoportok étale homotópia-csoportjainak vizsgálatában. Ennek segítségével explicit formulát adtak homogén terek második homotópia-csoportjaira.

Belátták, hogy Ghys sejtése (egy kompakt sokaság diffeomorfizmus csoportjának minden véges részcsoportjában van korlátos indexű Abel-részcsoport) eredeti formájában nem igaz, viszont mindig van korlátos indexű feloldható részcsoport. Továbbá sokkal általánosabb és egyben sokkal erősebb tételt bizonyítottak: homeomorfizmusok egy véges részcsoportjának mindig van korlátos indexű nilpotens részcsoportja.

Algebrai logika osztály

Folytatták a korábban elsőrendű logikában formalizált három tulajdonság (elv vagy principium), a relativitás elve, a tér és idő homogenitása és a tér izotrópiája között fennálló kapcsolatok vizsgálatát. Ezek Einstein speciális relativitási elvének három természetes, de lényegesen különböző megfogalmazásai a matematikai logika precíz, egyértelmű jelentéssel bíró nyelvén. Többek között bebizonyították, hogy a tér izotrópiájából következik a tér homogenitása. Továbbá az idő homogenitásából következik a tér homogenitása. Ha föltesszük, hogy van szinkronból kiálló órapár, akkor a tér homogenitásából következik az idő homogenitása. Bizonyos feltételek mellett a tér izotrópiájából és az idő homogenitásából következik a relativitás elve, ha pedig föltesszük azt is, hogy van szinkronból kiálló órapár, akkor már a tér izotrópiájából következik a relativitás elve.

Megmutatták, hogy ha a speciális relativitáselméletben kitüntetjük egymáshoz képest álló megfigyelők egy halmazát, akkor az így kapott elmélet definícióosan ekvivalens a klasszikus (newtoni) kinematikával. Ez a matematikai logika módszereinek alkalmazása fizikára, egy nagyobb vállalkozásnak része, melyben a fizikát elsőrendű logikai elméletek hálózataként/kategóriájaként vizsgálják. Itt az elméletek közötti átjáráson van a hangsúly.

Kidolgoztak egy olyan időutazást megengedő fogalmi keretet, amiben általánosan lehet vizsgálni, hogy adott dinamika esetén milyen kezdőfeltételekhez tartoznak ellentmondásmentes megoldások.

Erősen teljes bizonyítási rendszert adtak a séma-logikára, azaz az elsőrendű logika formulasémáinak logikájára. Ez megold két, több mint 30 éve Tarski csoportjában publikált problémát.

Megmutatták, hogy Tarski eredeti tíz axiómájából, amivel a reláció algebrákat definiálta 1941-ben, kettőt ki lehet hagyni, annak árán, hogy másik két axiómát kissé módosítunk. Bizonyították, hogy mind az eredeti, mind a módosított axiómarendszer független axiómákból áll. Az irodalomban szinte mindenki Tarski eredeti tíz axiómáját használta 1941 óta. Az új rendszert könnyebb ellenőrizni bizonyításokban, és intuitívabb axiómákból áll mint az eredeti.

Bizonyították, hogy parciálisan rendezett halmazokon értelmezett függvények teljes additívusági tulajdonsága megőrződik ultraszorzatokra. Ebből következik, hogy a függvények teljes additívuságát ki lehet fejezni elsőrendű logikai formulával, noha a teljes additívuság definíciója azt sugallja, hogy ez a tulajdonság lényegesen másodrendű.

Analízis osztály

A Delsarte-módszer Fourier analitikus alkalmazásával megjavították a kvadratikus, illetve köbös maradékokat elkerülő halmazok méretének felső becslését a ciklikus csoportokban. Megfogalmazták a Delsarte-módszer egy lehetséges alakját nem-kommutatív csoportok felett, és alkalmazták ezt a torzítatlan bázisok problémájára.

Vizsgálták a baricentrikus interpoláció konvergencia-divergencia kérdéseit. Ez egy Lagrange-interpolációhoz hasonló diszkrét lineáris interpolációs operátor, amely nem polinom, hanem racionális függvény.

Folytatták a hermitikus formák felbontásainak vizsgálatát és ezzel kapcsolatban megmutatták, hogy számtalan, az analízis különböző területeiről ismert felbontási tételre közös bizonyítás adható. Megmutatták, hogy a Lebesgue-típusú felbontás komoly szerepet játszik bizonyos reprezentálható pozitív funkcionálokra vonatkozó extrémális (vagy rendezéseméleti) kérdésekben.

Megvizsgálták azt a híres sejtést, amely szerint egy tetszőleges konvex testen az algebrai polinomokra vett egyenletes norma aszimptotikusan optimális módon helyettesíthető egy diszkrét részhalmazon tekintett normával. Ezt a sejtést sikerült igazolni a kétdimenziós térben.

Folytatták a Bernstein-Erdős optimális interpolációs pontokra vonatkozó sejtés vizsgálatát bizonyos Haar-rendszerekre.

Belátták, hogy a nem adaptív keresés hatékonysága alig csökken, ha a megengedett kérdések halmazát kis mértékben szűkítjük. Ha n elemet akarunk szeparálni egymástól triviálisan log n halmazra van szükség. Egyik szép eredményük szerint ennél csak eggyel több halmaz akkor is elég, ha a szeparáló halmazokat egy előre megadott halmazrendszerből kell választani, ami a lehetséges halmazok több mint felét tartalmazza.

Az Erdős–Ko–Rado-tétel „kétrészes” általánosítása 20 éve megoldott. Most sikerült ezt messzemenően általánosítani, amikor is a tekintett halmazok valamilyen, a két részben adott számú elemet tartalmaznak. Pontos eredményt értek egy meglehetősen széles hipergráf osztály pontos Turán-számának meghatározásában. Ez segítséget adhat az Erdős–Sós–Kalai-sejtés bizonyításához. Bebizonyították a klasszikus Erdős–Gallai-tétel stabilitási változatát, ami az első ilyen típusú eredmény a páros gráfok extrémális elméletében. A kizárt poszettekkel definiált extrémális problémák egy természetes általánosítását vezették be: a halmazrendszerek mérete helyett azt vizsgálták, hogy egy adott másik posztriből hány példányt tartalmaz.

Igazolták R. Faudree sejtését útpárosítható gráfok maximális fokszámának minimumáról, és további nyitott kérdéseket válaszoltak meg részben vagy teljes egészében általánosabb terminálpárosítási problémakörben. Bebizonyították Erdős 25 éves sejtését éldiszjunkt háromszögek számáról teljes négyest nem tartalmazó gráfokban. A Pósa–Seymour-sejtés egy új bizonyítását adták nagy pontszámú gráfok esetére két fontos új lemma segítségével, amelyek már további alkalmazásokkal is rendelkeznek. A bizonyításból származó pontszámhatár sokkal jobb a korábbinál. Meghatározták 6-kör nélküli gráfok legnagyobb páros és négy hosszúságú kör nélküli részgráfjainak a lehetséges méretét.

Bebizonyították a Bollobás–Eldridge pakolási sejtés lista változatát kevés élű gráfokra. A metsző Ryser-sejtéssel kapcsolatban bizonyítottak eredményeket, például a t -metsző esetre, illetve éles eredményt adtak arra kérdésre, hogy egy k -élszínezett teljes gráf csúcsainak mekkora hányada fedhető le $k - 1$ db különböző színű monokromatikus komponenssel. A Grundy dominálási szám értékére pontos, illetve jól közelítő eredmények születtek grid- és tórusz típusú gráfok esetében (utak, illetve körök Descartes-, lexikografikus-, direkt-, illetve erős szorzatai). Gráfok élhalmazának klikkfedéseit vizsgálva a lokális klikkfedési számra (a maximális csúcsfedettség minimuma adott gráf esetén) bizonyítottak olyan összefüggéseket, amelyek egy Nordhaus–Gaddum-típusú sejtéshez kapcsolódnak. Körök maximális számára vonatkozó becsléseket adtak olyan gráfosztályokban, ahol csak véges sok körhossz engedélyezett.

Az MMS sejtéssel kapcsolatban a vertex sign balance paraméter mintájára bevezették az edge sign balance paramétert, és vizsgálták ennek tulajdonságait gráfok és (főleg 3 uniform) hipergráfok esetében. Bebizonyították az utakra vonatkozó Erdős–Gallai-sejtés különböző hipergráf változatait. Teljes többrészes hipergráfok fedését vizsgálták monokromatikus komponensekkel. A főtételükben meghatározták a legkisebb m -et, hogy bármely teljes r -uniform $(r-l)$ -részes hipergráf lefedhető m db monokromatikus komponenssel, ha élei k színnel vannak színezve úgy, hogy minden csúcson van mindenféle színű él. Leírták azokat a kellően nagy csúcsszámú hiperfákat, melyeknek élszáma minimális, és egyúttal általánosították a hiperfák élszámára vonatkozó alsó becslést olyan hiperfák esetén, melyeknek élgráfja nem összefüggő.

Megjavították a négyzetrács optimálisnak sejtett pebbling számára vonatkozó konstrukciót.

Sikerült bizonyítani egy elemi csoportelméleti eredményt, amely a kvázipolinomiális gráfizomorfizmus algoritmusának bizonyítását klasszifikációmentessé teszi.

A poly-Bernoulli és a velük rokon számokat kombinatorikus módszerekkel vizsgálták. Új kombinatorikus értelmezéseket adtak, és ezek alapján korábbi analitikus eredményeket indokoltak meg transzparens formában.

Fontos előrelépést értek el négyzet homotetikusainak színezésével kapcsolatban, egy új módszerrel is gyarapítva a terület eszköztárát. Ezt az eredményt a rangos SoCG konferencián prezentálták Bostonban.

Egy korábbi véletlen gráf modell általánosításával sikerült reprezentálni azt az agykutatók által feltételezett jelenséget, hogy két fajta neuron befolyásolja az agyműködést, vannak élénkítő (excitatory) és gátló (inhibitory) neuronok.

A Regularitási Lemma alkalmazásaként Ramsey-típusú klasszikus problémákat vizsgáltak. Kiemelkedik az út több színű Ramsey-számára vonatkozó eredmény, amely hosszú idő óta az első javítás ezen a területen.

Véges metrikus terek kombinatorikájának kutatása terén megmutatták a Fano-sík metrizálhatatlanságát.

Megmutatták, hogy nem-konvex politópok esetén is lehet a csúcs fogalmat definiálni és sok tulajdonságát igazolni.

Tvergerg híres tételét sikerült kiterjeszteni negatív együtthatók esetére is.

Geometria osztály

Kvadratikus idejű algoritmust adtak sűrű gráfok rektilineáris kereszteződési számának akármilyen kis százaléknyi hibával való becslésére. Ehhez olyan geometriai és kombinatorikus partíciós tételeket fejlesztettek ki, melyek a Szemerédi regularitási lemma messzemenő általánosításainak tekinthetők.

Igazolták azt a régi sejtést, hogy minden pozitív epszilontra, ha n elég nagy, akkor az egységnégyzet felbontható pontosan n kisebb négyzetre, melyek oldalhosszai maximum epszilón százaléknnyira térnek el egymástól.

Felső becslést adtak térbeli szakaszok és más geometriai objektumok diszjunktsági gráfjainak kromatikus számára a klikkszám függvényében.

A következő problémát tanulmányozták: határozzuk meg a legkisebb $w(n)$ számot, amelyre teljesül, hogy az egységgömb lefedhető az egyenlítőre szimmetrikus w szélességű sáv n kongruens példányával. Lényegesen megjavították a $w(n)$ -re korábbról ismert legjobb alsó korlátot.

Vizsgálták a véletlen pontok által meghatározott konvex politópok határalakzatát. Tovább kutatták a Steinitz-problémát, erősítették a vektorrendszerek kis összegű rendezéseire vonatkozó korlátokat. A kvantitatív Helly-típusú tételekre vonatkozó korlátokat erősítették.

Toeplitz 1911-es sejtése szerint minden zárt Jordan-görbe tartalmazza egy négyzet négy csúcsát. Toeplitz problémájának egy lehetséges variánsa az, amikor azt mondjuk, hogy egy adott sokszög (négyzet) ténylegesen a görbének beírt sokszöge, ha P csúcsai a görbén vannak, míg magának a sokszögnek a belseje a görbe által körülhatárolt tartományhoz tartozik. Többek között karakterizálták azokat a háromszögeket, amelyekhez hasonló háromszögek ténylegesen beírhatók bármely Jordan-görbébe.

Hajós-lemmaként arra a szép elemi feladatra szokás hivatkozni, ahol minden $r > 1$ esetén minimalizáljuk azon sokszögek területét, amelyek tartalmazzak egy rögzített egységkört, és az r sugarú koncentrikus kör beírt sokszögei. A duális kérdés, ahol maximalizálni szeretnénk a területét azoknak a sokszögeknek, amelyeket a nagyobbik kör tartalmaz, és amelyek érintő sokszögei az egységkörnek, önmagában is érdekes. Kiderült, hogy miközben a Hajós-lemma egy körelhelyezési probléma megoldásának a kulcsa, addig a duális probléma egy körfedési problémát old meg.

Megoldották az L_p Minkowski-probléma síkbeli esetét, ha p 0 és 1 között van. Továbbá sikerült fontos részeredményeket elérniük tetszőleges dimenzióban, ha p negatív.

Karakterizálták egy fix konvex sokszög köré írt maximális területű konvex sokszöge(ke)t és egy hatékony algoritmust adtak ennek megtalálására. A kérdésnek számos alkalmazása van, például a statisztikában.

Halmazelmélet és topológia osztály

Hosszú ideje jelennek meg sporadikus eredmények a geometriai mértékelméletben alapvető Hausdorff-mértékek számosság-invariánsairól. Kutatóiknak sikerült lényegében teljes képet kapni az invariánsok közötti egyenlőtlenségekről, és megválaszolni D.H. Fremlin, J. Zapletal, illetve Laczkovich M.-P. Humke egy-egy kapcsolódó kérdését.

Megszámlálható struktúrák automorfizmus-csoportjai sokszor nagyon érdekesek mind halmazelméleti, mind pedig csoportelméleti szempontból. Két konjugált automorfizmus tekinthető izomorfoknak, így természetesen adódó kérdés, hogy vajon létezik-e tipikus automorfizmus, más szóval létezik-e nagy konjugált-osztály különböző kicsiség fogalmakat tekintve. Csoportjuk ezt a kérdést vizsgálta meg a Christensen-féle Haar-null fogalmat használva, amely egy általánosítása a Haar-mérték szerinti nullmértékűségnek nem lokálisan kompakt csoportokban. Számos automorfizmus-, és homeomorfizmus-csoport esetén teljes leírást sikerült adni a nemnulla osztályokról.

Folytatták annak a kérdésnek a vizsgálatát, milyen halmazelméleti feltevések mellett, milyen topologikus terek létezhetnek úgy, hogy a leszűrési számuk különbözik a sűrűségüktől. Ebben szorosan együttműködtek az intézetben az MTA vendégkutatói programja keretében dolgozó Jan van Mill professzorral. Megmutatták, hogy a korábbi példákról minden további nélkül feltehető, hogy akár (lokálisan) összefüggőek vagy topologikus csoportok. Azonban összefüggő Tyihonov-példák létezése további feltételeket kíván meg. Még további feltételek esetén azonban még topologikus vektortér példák is megadhatóak.

Belátták, hogy ha az X (végtelen) homogén kompaktum előáll megszámlálható sok sűrű, vagy véges sok akármilyen megszámlálhatóan szűk altér uniójaként, akkor X kontinuum számosságú.

Bebizonyították, hogy a monoton normális terek osztályában a gyengén lineárisan Lindelöf-tulajdonság implikálja a – sokkal erősebb – Lindelöf-tulajdonságot. (Egy tér akkor gyengén lineárisan Lindelöf, ha nyílt halmazok bármely nem-megszámlálható reguláris számosságú rendszerének van teljes felhalmozódási pontja.)

Megmutatták, hogy minden majdnem diszkréten Lindelöf- és első megszámlálható reguláris tér legfeljebb kontinuum számosságú. (Egy tér akkor majdnem diszkréten Lindelöf, ha bármely diszkrét altere lefedhető egy Lindelöf-alterével.)

A függetlenségi logikákat algebrai logikai eszközökkel vizsgálva sikerült – az eddigi irodalomban találhatóktól eltérő – cilindrikus jellegű jelentésalgebrákat megadni, majd axiomatizálni az általuk generált varietás lokálisan véges dimenziós elemeit.

Egy Väänänen által bevezetett játékot vizsgáltak, amely általánosított Baire-terek esetében megadja a perfektség fogalmának egy analógonját. Belátták, hogy egy gyengén kompakt számosság létezéséből következik egyrészt ennek a játéknak az eldöntöttsége az általánosított Baire-terek tetszőleges részhalmazai esetében, másrészt az általánosított Baire-tereken definiálható bizonyos gráfok független csúcshalmazainak méretével kapcsolatos dichotómia is. Ezelőtt az volt ismert mindkét állítás esetén, hogy konzisztenciájuk egy mérhető számosság létezéséből következik. A Cantor–Bendixson-rang fogalmát általánosító, az általánosított Baire-tereken játszott játékot is vizsgáltak és megmutatták, hogy a fenti dichotómia egy ezekkel kapcsolatos variánsa már igaz a ZFC axiómarendszerben is.

Számelmélet osztály

A számelmélet két nagy visszhangot kiváltó eredménye egyrészt Maynard és Tao tétele, miszerint bármely m darabszámra van egy olyan adott véges korlát alatti m számból álló konfiguráció, hogy ezen konfiguráció eltoltjaiban végtelen sokszor találunk m db prímet, másrészt a Green–Tao-tétel, hogy a prímek közt található akármilyen (véges) hosszúságú számtani sorozat. Ezen két eredmény közös általánosítását sikerült az osztály tagjainak elérniük 2016-ban. Egy másik eredményük arra vonatkozik, hogy majdnem minden számtani sorozatra a benne előforduló prímek közt is van végtelen sok olyan m -es blokk, amely a számtani sorozat differenciájánál csak egy (csupán m -től függő) korlátos faktorialis nagyságú, és a prímekből álló első ilyen blokk már a differencia köbe fellép.

Az automorf formák gazdag szimmetriával rendelkező harmonikus hullámok, amelyek segítenek az egész számok megértésében. Fontos feladat az automorf formák értékeloszlásának tanulmányozása. Erős és természetes becsléseket adtak arra vonatkozóan, hogy „milyen magasra csaphat” egy harmonikus hullám, ha a szimmetriákat egy tetszőleges algebrai számtest feletti 2×2 -es mátrixok szolgáltatják. Vizsgálták még a hiperbolikus körproblémában fellépő hibtagot. Foglalkoztak magasabb rangú csoportok feletti automorf csúcsformák szuprémum-normájának becslésével. Számtest feletti $GL(2)$ Hecke–Maaß-csúcsformák szuprémum-normáját becsülték meg a szint és a sajátérték aspektusban. Eredményeik minden számtestre erősebbek a generikus (pusztán analitikus megfontolásokból adódó) korlátnál és annál jobbak, minél nagyobb teljesen valós résztteste van az adott testnek (speciálisan teljesen valós testekre sikerült reprodukálniuk a racionális testre ismert becsléseket).

Az általánosított Montréal-funktorokkal kapcsolatos eredményeket véglegesítették. Sikeresen általánosították A.C. Cojocaru és Tóth Á. eredményeit a véges karakterisztikájú függvénytestek feletti elliptikus görbékről alacsony karakterisztikájú esetekre, illetve megcáfoltak egy azzal kapcsolatos sejtést.

A klasszikus Gauss-féle körprobléma az euklideszi síkon adott koordinátarendszer origója körüli R sugarú körbe eső rácspontok számának a becslésére vonatkozik. Ahogy R a végtelenhez tart, ez a szám jól közelíthető a kör területével, és a probléma az eltérés minél jobb becslése. A hiperbolikus körprobléma ennek a kérdésnek a megfelelője a hiperbolikus síkon: ha adott a hiperbolikus sík egybevágóságainak egy G diszkrét részcsoportha és a sík egy z pontja, szeretnénk megbecsülni a z körüli R sugarú körbe eső, z -vel G szerint ekvivalens pontok számát. A főtag itt is a kör területe. Jól ismert, hogy adott z és G esetén a hibtag a főtag $2/3$ -adik hatványával megbecsülhető, de az a sejtés, hogy a $2/3$ itt bármely $1/2$ -nél nagyobb számra megjavítható. Azonban a $2/3$ -os eredményt senkinek sem sikerült még megjavítania. Nemrég Risager és Petridis bizonyos átlagos értelemben (ha z -re átlagoljuk a hibtagot) $7/12$ -re tudta javítani a $2/3$ -os kitevőt, de csak számelméleti jellegű G esetére. Az osztály tagjainak 2016-ban sikerült általánosítaniuk tetszőleges G esetére is, ebben az átlagos

értelemben megjavítani a $2/3$ -os kitevőt $5/8$ -ra. Ez tehát általánosabb eredmény, de numerikusan nem annyira erős, mint Risager és Petridis eredménye az általuk tekintett speciális esetben.

Egy új additív kombinatorikai eredményt kidolgozva gyors algoritmust mutattak nilpotens gyűrűk fölötti polinomok értékészletének meghatározására.

Valószínűségszámítás és statisztika osztály

Új függetlenségvizsgálati módszert dolgoztak ki annak ellenőrzésére, hogy többdimenziós valószínűségi vektorváltozók koordinátái teljesen függetlenek-e. E módszer jóságát folyamatosan tesztelik az MTA felhő segítségével. Az eddigi eredmények azt mutatják, hogy sikerült a korábbi módszereknél jobb eljárást találni. Elkezdtek általános vektorpárok függetlenségvizsgálati módszereinek az elemzését is.

Egyes kutatások a valószínűségszámítás, analízis és matematikai statisztika következő problémaköréhez kapcsolódtak: dilatált és hézagos sorok, véletlen trigonometrikus sorok, diszkrepanciaelmélet, autoregresszív folyamatok. E kutatásokban fontos szerepet játszottak mind a valószínűségszámítás, mind a számelmélet és analízis modern módszerei.

Tanulmányozták a független bolyongások közötti távolságot a lépésszám függvényében. Azt vizsgálták, hogy ha több független bolyongást tekintünk a d -dimenziós téren, amelyek nem találkoznak egy pontban, akkor mekkora a köztük lévő maximális távolság az idő függvényében. Tekintették e probléma természetes megfelelőit más gráfokon, például ún. fésűn történő bolyongás esetében is. Ezenkívül eredményeket kaptak az ún. pók struktúrán történő bolyongás lokális és tartózkodási idejének az aszimptotikus tulajdonságairól.

Információelméleti alapkutatást folytattak egyrészt a többfelhasználós és/vagy aszinkron hírközlő rendszerek exponenciális hibabecsléseiről, másrészt általánosított információmennyiségekre vonatkozó szélsőérték problémákról. Az utóbbi problémával kapcsolatos eredményeket alkalmazták a pénzügyi matematikában.

Folytatták hazai és nemzetközi együttműködéseiket. Eredményeket értek el nagy véletlen gráfokon definiált i.i.d. folyamatok faktorainak vizsgálatában. Megmutatták, hogy a gráfok távoli részein ezek a faktorok mindig közel függetlenek. Belga kutatókkal a gépi tanulás policy iteration algoritmusát vizsgálták, és annak komplexitására új becsléseket adtak. Egy workshop lehetőségeit felhasználva kooperációt kezdeményeztek nem-reverzibilis (aszimmetrikus) Markov-láncok keverési tulajdonságainak (cutoff jelenségének) finomabb megértése érdekében. Bekapcsolódtak egy véletlenített optimalizálási algoritmus analízisével foglalkozó együttműködésbe is.

Megpróbálták a korábbiaknál jobb becslést adni a Gibbs-sampler logaritmikus Sobolev-konstansára a Dobrushin unicitási feltételét kielégítő eloszlások esetén (véges szorzattéren). Azt sejtik, hogy ha a Dobrushin-féle interdependencia-mátrix L_2 normája $1 - \delta$, akkor a logaritmikus Sobolev-konstansnak $1/\delta$ nagyságrendűnek kell lennie, szemben a meglévő $1/\delta^2$ -tel. Egyelőre nem sikerült a meglévő eredményt megjavítani. De sikerült megmutatni, hogy a Gibbs-sampler fejlődésekor a t -edik és $t + 1$ -edik időpontban keletkező eloszlásoknak van egy olyan coupling-ja, amely a folyamat fejlődése alapján a legtermészetesebb, és ez bizonyos mérték-koncentrációs egyenlőtlenségek bizonyításában éppen olyan jó eredményt ad, mint a szokásos módszer, amely nem tűnik természetesnek. Ez a vizsgálat talán elvezet a logaritmikus Sobolev-konstans megjavításához.

Foglalkoztak bizonyos kényszerfeltételeket teljesítő gráfok vizsgálatával és fokszámpakolásokkal. Megmutatták, hogy annak eldöntése, hogy létezik-e gráf előírt fokszámokkal és második szomszédokkal NP-teljes probléma. Megmutatták, hogy ez a probléma már páros gráfokra is NP-teljes. Másrészt megmutatták, hogy annak eldöntése, hogy létezik-e gráf előírt fokszámokkal és megadott bipartíció két osztálya közötti élszámmal P-beli probléma. Bebizonyították azt is, hogy a swap operációk nem irreducibilisek az ezen kényszerfeltételeknek megfelelő gráfok terén, de a swapok és dupla swapok már azok. Azt is igazolták, hogy egy gráfdekompozíció segítségével exponenciálisan több fokszámsorozatra lehet bizonyítani a realizációjukon a swap Markov-lánc gyors konvergenciáját, mint ahány fokszámsorozatra ez eddig ismert volt.

Megmutatták, hogy ha két fa fokszámsorozatnak nincs közös levele, akkor mindig létezik élfüggetlen hernyó realizációjuk is. Megmutatták azt is, hogy ilyen fokszámsorozatpárok élfüggetlen fa realizációira léteznek FPRAS és FPAUS algoritmusok. Továbbá bebizonyították, hogy NP-teljes annak az eldöntése, hogy egy fa fokszámsorozatnak és egy tetszőleges fokszámsorozatnak van-e élfüggetlen realizációja.

Vizsgáltak bizonyos statisztikus fizikával kapcsolatos jelenségeket, például azt, hogy nem-Markovi terjedési folyamatokat kritikus véletlen gráfokon nagyon fel lehet gyorsítani akár egyetlen él hozzáadásával. Idetartozik spin rendszerek (perkoláció, Ising-modell) eseményeinek ritka rekonstrukciójának a vizsgálata is. Vizsgáltak egy másik, szintén statisztikus fizikával kapcsolatos, de a komplex függvénytan elméletére is támaszkodó kérdést, amely részben a Conformal Loop Ensemble modellek, részben a Diffusion Limited Aggregation által motivált probléma. E problémát vizsgálva konstruáltak egy SLE darabokból építkező „teljesen konforminvariáns” növekedési folyamatot.

Foglalkoztak a matematikai statisztika gyakorlati alkalmazásával is. Új módszert dolgoztak ki a GIANT COSMIC RING szignifikanciájának meghatározására, és jó közelítést adtak a különböző allergén pollenek európai elterjedésére a negatív binomiális eloszlás tulajdonságait felhasználva.

Alkalmazások

Az MTA Rényi Intézetben végzett munka továbbra is elsősorban az elméleti (felfedező) tudományokra összpontosult. Az alkalmazott kutatások terén a korábbi években már kialakult munkacsoportok dolgoztak tovább a kriptográfia, bioinformatika és egyéb, az élettudományokban alkalmazott matematikai módszerek, illetve a neurális hálók témakörökben.

A Rényi Intézet Kriptográfiai kutatócsoportja 2016-ban jelentős szerepet vállalt az április 6. és 8. között Budapesten tartott COST (European Cooperation in Science and Technology) nemzetközi szervezet által részben szponzorált *CryptoAction Symposium* szervezésében, ahol több mint 200 résztvevő összesen 40 előadást hallhatott. Ugyancsak a kutatócsoport egyik tagját hívták meg a kolumbiai Universidad Nacional egyetemen szervezett *Encounters of Mathematicians* konferencián egy titokmegosztásról szóló előadás-sorozat megtartására. Csoportjuk vendégül látott egy prágai kutatót, akivel a kvantum titokmegosztás témakörben dolgoztak együtt.

Az intézet munkatársai számos kisebb bioinformatikai projektben vettek részt. Folytatták korábbi kutatásaikat a University of South Carolina és a University of Notre Dame munkatársaival. Ezen kutatásokból egy genomátrendeződésről szóló kézirat és három hálózatkutatásról szóló kézirat született, amelyek jelenleg még elbírálás alatt vannak. Három új kutatási témát kezdtek el, ebből diszkrét tomográfiából egy beadott kézirat van, öregedéskutatásból és hálózatok dinamikájából a kutatások még csak most kezdődtek el. A hálózati dinamika kutatása nemzetközi kollaborációban történik a ljubljani, pécsi és a szegedi egyetemek munkatársaival. Az intézet és az MTA TTK alkotta konzorcium (a svájci Swiss Institute of Bioinformatics-szal kiegészítve) 2016-ban előkészített és benyújtott egy EU Spreading Excellence and Widening Participation WIDESPREAD-04-2017: Teaming Phase 1 projektet Teaming for Bioinformatics Focus in Hungary (BioinfHU) címmel.

Az intézet munkatársai 2016-ban részt vettek a „Pattern avoidance and genome sorting” című Dagstuhl szeminárium szervezésében és lebonyolításában. A szemináriumnak nagy sikere és nemzetközi visszhangja volt. A Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport és a Limits of Structures ERC kutatócsoport munkatársainak alkalmazott kutatásai (a neurális hálózatok területén) 2016-ban arra irányultak, hogy az intézeten belül meghonosítsák az elmúlt néhány évben óriási jelentőségre szert tett „Deep Learning” gépi tanulási paradigmát, továbbá feltárják annak meglepő, organikus kapcsolatát a Regularitási Lemma köré szerveződő elméleti matematikai eredményekkel.

A megcélzott kutatási profil kapcsolatot kíván teremteni az intézetre hagyományosan jellemző elméleti alap kutatás és a nagy ipari kutatóközpontokra (Google, Facebook stb.) jellemző alkalmazott kutatási tevékenység között. A kutatás fókuszában 2016-ban a generatív neuronháló modellek, illetve az úgynevezett reziduális hálózatok voltak.

A generatív neuronháló modellek feladata, hogy ismeretlen valószínűségi változókat fedezzen fel megadott példák alapján. Ez egy igen általános feladat, melyet jól szemléltet az alábbi példa: egy jól működő generatív neurális háló képes lehet hamisítványok létrehozására egy adott művész munkáinak megfigyelése alapján. A kutatócsoport eddig megalkotott modelljei természetesen erre még nem képesek, de már versenyképesek egyszerűbb, hasonló feladatok esetén, mint pl. a kézírás utánzása, vagy élethű emberi arcok megrajzolása.

A reziduális hálózatok egy rendkívül sikeres új paradigma „Deep Learning” modellek megalkotására, amely a gépi tanulási feladat megoldását egy olyan folyamatként értelmezi, amely egy kezdetben pontatlan megoldást finomít fokozatosan. A modellnek ígéretes kapcsolatai vannak az elméleti matematika legkülönbözőbb ágaival.

A tiszta matematikai alap kutatással ellentétben a deep learning kutatás hardver- és szoftver-erőforrásokban rendkívül intenzív munka. Ennek megfelelően jelentős erőfeszítést fordítottak arra, hogy a megfelelő hardver- és szoftver-infrastruktúra kiépüljön, és a kutatócsoport a szükséges technikai know-how-t megszerezze.

Az előzetes eredmények között az alábbiak említendők:

Empirikus Wasserstein-távolság optimalizálásán alapuló generatív neuronháló modell kidolgozása.

State-of-the-art teljesítményű rekurrens képfelismerő neuronháló, sztochasztikus mélységű reziduális hálózat relaxed weight-sharing alapú tanításával.

State-of-the-art eredmény a mesterséges intelligencia-kutatás standard CIFAR-100 benchmark feladatán, széles sztochasztikus mélységű reziduális hálózatokkal.

Neuronháló-alapú szemantikus tömörítési eljárás kidolgozása. 2-dimenziós Gauss RBF alapú autoencoder modell kidolgozása.

A kutatók szakmai előmenetele

Az intézet munkatársai közül 2016-ban egy kutató lett akadémikus és hat fiatal kutató szerezte meg a PhD fokozatot, hárman habilitáltak. Az év végén 10 akadémikus, 34 akadémiai doktor és 55 PhD fokozattal rendelkező, illetve kandidátus dolgozott az intézetben; 25-en még nem szereztek tudományos fokozatot. Emellett 13 kutató professor emeritus/emerita vesz részt az intézet tudományos munkájában (közülük 7 akadémikus, 6 akadémiai doktor). Nagy hangsúlyt fektetnek a fiatal – PhD tanulmányaikat folytató vagy éppen azt befejező – tehetségek bevonására az intézeti kutatómunkába. 2016 folyamán további 5 fiatal kutatót alkalmaztak az Akadémia által biztosított új, illetve megüresedett fiatal kutatói álláshelyeken. Ezekkel együtt 2016-ban összesen 20 fiatal kutató dolgozott az intézetben. Az intézet szerződéses kapcsolatban áll a Közép-Európai Egyetemmel (CEU), amelynek keretében 26 doktorandusz munkáját irányította intézeti kutató.

b) Tudomány és társadalom

Az intézet alapkutatási témáinak többsége sajnos nem alkalmas a társadalommal folytatott párbeszéd közvetlen tárgyának. Ugyanakkor a kutatók eredményei a médiában is megjelenítették az intézetben folytatott kutatásoknak a jelentőségét.

Az intézet munkatársai fontos szerepet vállalnak a matematika népszerűsítésében, ismeretterjesztő előadásokat tartanak középiskolások és egyetemisták számára. Rendszeresen sor kerül a Magyar Tudomány Ünnepe keretében az intézeti bemutatkozó rendezvényre, ahol elsősorban középiskolások és tanáraik tájékozódhatnak a matematikusi pálya kihívásairól és szépségeiről, bár a 2016-os rendezvényen inkább az idősebb korosztály mutatott érdeklődést. Az intézet munkatársai részt vesznek a matematikai tehetségek gondozásában, 2016 során is számos matematikai tábor, versenyt és más rendezvényt szerveztek a tárgy iránt érdeklődő diákoknak. Az intézet szakmai háttérrel biztosít a középiskolák speciális matematikai tagozatai tanárainak is.

III. A kutatóhely hazai és nemzetközi K+F kapcsolatai 2016-ban

Hazai kapcsolatok

Az intézet kutatói több budapesti és vidéki felsőoktatási intézmény (ELTE, BME, Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Szegedi Tudományegyetem, Pannon Egyetem stb.) munkájában vesznek részt. Különösen jelentős a szerepük a doktorképzésben és a mesterszakos képzésben. Az intézet kutatói közül tizenhárman törzstagok különböző doktori iskolákban, 56 doktorandusz munkáját irányítják témavezetőként. Kiemelt jelentőségű az intézet számára a Közép-európai Egyetem (CEU) Matematikai Tanszékével folytatott együttműködés. A CEU matematikai doktori és mesterképzési programjának oktatói és témavezetői zömében az intézet kutatói közül kerülnek ki. A tanszék vezetője, és a doktori program irányítója is az intézet munkatársa. A Budapest Semesters in Mathematics angol nyelvű egyetemi részképzési program oktatóinak java része is az intézet kutatója. Ez a program az amerikai egyetemekre viszi el a magyar matematika hírért, és mintául szolgál más nemzetközi oktatási programoknak is. Az intézet számára nagy jelentőségű a tudományos utánpótlással való közvetlen kapcsolat, ennek jegyében 2016-ban az intézet 62 munkatársa, a teljes kutatói létszám 57%-a oktatott valamelyik hazai felsőoktatási intézményben, 4 TDK-dolgozat, 9 alapszakos és 22 mesterszakos diplomamunka témavezetését látták el az intézet kutatói.

Az akadémiai megújítási program részeként ismét lehetőség nyílt arra, hogy egyetemi kollégák egy vagy két szemesztert oktatási feladataiktól mentesülve az intézetben tölthessenek vendégkutatóként. E program keretében 2016 folyamán az ELTE-ről három, a Szegei Tudományegyetemről és a Pannon Egyetemről pedig egy-egy oktató vett részt az MTA Rényi Intézetben folyó kutatómunkában.

Az intézetben heti rendszerességgel folyó szakmai szemináriumok munkájába igen nagy számban kapcsolódnak be más intézmények, köztük vidéki egyetemek munkatársai is, ezáltal ezek a szemináriumok az egész hazai matematikai életre jelentős hatást gyakorolnak.

Az MTA Rényi Intézet kutatói a matematikai közélet feladataiból hagyományosan számarányukon felül veszik ki részüket. Ezek között említhető az MTA Matematikai Tudományok Osztályában és akadémiai bizottságokban, az NKFIH testületeiben, a Bolyai János Matematikai Társulatban végzett munka. Az MTA III. Osztály elnöke, az MTA Matematikai Bizottság elnöke és titkára, a Matematikai Doktori Bizottság eddigi titkára, a Bioinformatikai Osztályközi Állandó bizottság egyik alelnöke, valamint titkára, a Bolyai János Matematikai Társulat elnöke, tudományos szakosztályának elnöke és titkára, alkalmazott matematikai szakosztályának alelnöke mind az MTA Rényi Intézet kutatói.

Nemzetközi kapcsolatok

Az intézet kutatói igen széleskörű nemzetközi kapcsolatokkal rendelkeznek. A társszerzős munkák zömében a szerzők között az intézeti kutató(k) mellett külföldi matematikusok találhatók. Közös projektek és közösen szervezett konferenciák is jellemzőek.

Az intézet munkatársai közül 2016-ban huszonnyolcan vettek részt nemzetközi konferencia szervezésében, néhányan közülük több alkalommal is. Az intézet épületében folyó emeletráépítési munkák következtében a konferenciákat más helyszínre kellett telepíteni.

Az MTA, illetve Tét kétoldalú cserekapcsolatok keretében megvalósult utazások sikeresen szolgálták a tudományos együttműködést, segítségükkel eredményes közös kutatások folyhattak, hasznos információcserére, illetve konferencia-részvételre nyílt lehetőség.

Az intézet kutatói összesen tizenegy nemzetközi tudományos bizottságban vettek részt. 164 alkalommal szerepel intézeti kutató neve nemzetközi folyóirat szerkesztő bizottságának névsorában. A munkatársak 2016-ban összesen 280 előadást tartottak nemzetközi rendezvényeken, ezek közül sokat meghívott, illetve plenáris előadóként.

Az intézetből 2016-ban nyolc kutató volt távol fél évnél hosszabb ideig a következő külföldi intézményekben: University of Chicago (USA), City University of New York (USA), National Science Foundation (USA), Auburn University (USA), École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Svájc), Lancaster University (Anglia), Technische Universität Graz (Ausztria).

Az intézeti kutatók által elnyert ERC támogatások és a Lendület projektek keretéből, illetve más forrásokból összesen 12 külföldi kutató dolgozott az intézetben 1–7 hónapot (az összesített időtartam 35 hónap), többek között Franciaországból, Svájcban, Izraelből, az USA-ból, Iránból, Tajvanról, Kínából, Belgiumból, Svédországból és Oroszországból. Az intézetben rövidebb időt töltő külföldi látogatók száma 2016-ban – a konferenciák résztvevőit nem számítva – 84 fő volt.

IV. A 2016-ban elnyert fontosabb hazai és nemzetközi pályázatok rövid bemutatása

Hazai pályázatok

Az intézet a korábbi évekhez hasonlóan jól szerepelt a hazai NKFIH kutatási témapályázatokon. 2016-ban újabb négy kutatási és egy SNN_16 (szlovén-magyar együttműködés) pályázat nyert el támogatást. Ezeken felül benyújtásra került egy újabb ERC_HU_16 pályázat (melyet azon kutatók részére írtak ki, akik az EU ERC pályázatukra „A” minősítést kaptak, de forrás hiányában az Európai Unió mégsem tudta támogatni őket), mely a korábban, 2015-ben nyertesként elbírált pályázattal együtt hivatalosan 2016-ban nyert és indult el. További két NKFIH_PD egyéni posztdoktori pályázatot is az intézetben dolgozó fiatal kollégák nyertek. A nagyszámú nyertes pályázat – köztük több, magas finanszírozású –, illetve a korábban, 2015-ben nyertes projektek 2016-os év eleji indulása eredményeként összességében az NKFIH kutatási projektek támogatása intézeti szinten 2016-ban a korábbi évek szintjéhez képest majdnem háromszorosára növekedett. Ez kisebb mértékben az összességében (országos szinten) is nagyobb kutatási témapályázati támogatásoknak köszönhető, jelentős részben azonban egyszeri, a további években nem feltétlenül megismételhető pályázati formáknak (a 2016-ban indult két ERC_HU, illetve három nemzetközi – osztrák-magyar és szlovén-magyar – projekt adja a növekedés nagyobb részét).

Az MTA pályázati formában elnyerhető projektjei közül egy az intézethez pályázó fiatal külföldi kolléga MTA Prémium posztdoktori kutatói pályázatát, az intézet szakmódszertani csoportja MTA szakmódszertani pályázatát, és egy külföldről hazatérő kutató Lendület pályázatát nyert, melyek összességében eredményezték, hogy az előző évi rekordszinthez hasonló magas arányt tett ki az intézet bevételei között az MTA és egyéb (nem NKFIH kutatási) pályázati támogatások aránya.

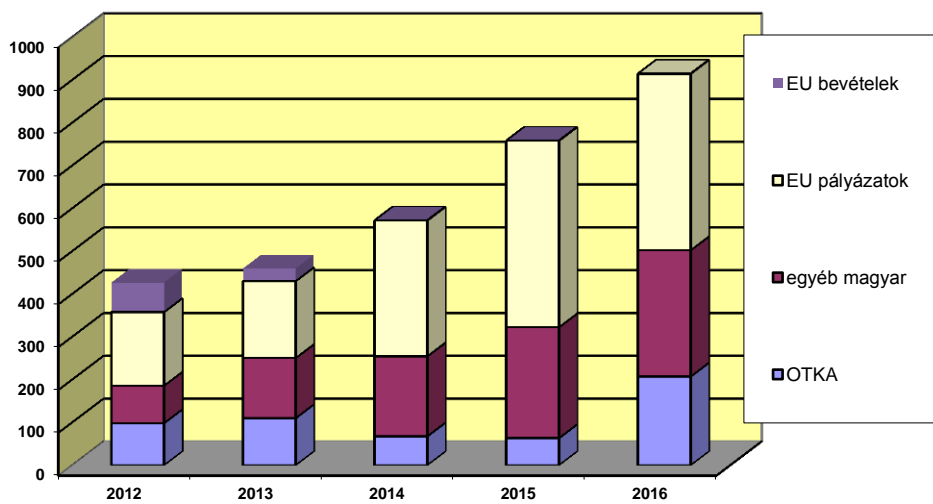
Nemzetközi pályázatok

Az MTA Rényi Intézet a matematikai felfedező kutatási projektjeivel nemzetközi szinten a European Research Council (ERC) kiírásaira és a mobilitási (Marie Curie) kiírásaira tud továbbra is eredményesen pályázni. A 2015 folyamán beadott ERC projektek közül egy Advanced és egy Consolidator kapott „A” értékelést, így ezek sikerrel pályáztak a NKFIH ERC_HU támogatására. Az Advanced pályázat újra benyújtásra került, „A” minősítést kapott, de a végső döntés még nem született meg. Egy H2020 MSCA mobilitási projekt nyert és indul el 2017 elején, illetve egy további hasonló projekt van várólistán. A fentiekén kívül több, konzorcionális projekt került beadásra, illetve áll előkészítés alatt.

Összességében az intézet 2016. évi pályázatokból származó bevétele újra meghaladta a korábbi évek hasonló bevételeit. Korábban a növekedés elsősorban az európai uniós pályázati bevételeknek volt köszönhető, míg 2016-ban ezek a bevételek és az MTA és egyéb források az előző évihez hasonlóan alakultak, a növekedést elsősorban az NKFIH kutatási témapályázatok eredményezték.

A következő diagram mutatja a pályázati bevételek alakulását az elmúlt 5 év folyamán (a bevételek számítása kisebb korrekcióval, átcsoportosítással történt az egyes évek közötti, főleg a speciális EU-s elszámolási szabályok okozta eltérések kiküszöbölésére).

Pályázatok támogatása 2012-2016 (millió Ft)



V. A 2016-ban megjelent jelentősebb tudományos publikációk

1. Abért M, Glasner Y, Virág B: The measurable Kesten theorem. Ann Probab, 44:(3) 1601-1646 (2016) <http://real.mtak.hu/44165/>
2. Bárány I, Matoušek J, Pór A: Curves in \mathbb{R}^d intersecting every hyperplane at most $d + 1$ times. J Eur Math Soc, 18:(11) 2469-2482 (2016) <http://real.mtak.hu/44195/>
3. Blomer V, Harcos G, Milićević D: Bounds for eigenforms on arithmetic hyperbolic 3-manifolds. Duke Math J, 165:(4) 625-659 (2016) <http://real.mtak.hu/44369/>
4. Böröczky KJ, Henk M: Cone-volume measure of general centered convex bodies. Adv Math, 286: 703-721 (2016) <http://real.mtak.hu/44378/>
5. Breuer T, Csiszár I: Measuring distribution model risk. Math Finance, 26:(2) 395-411 (2016) <http://real.mtak.hu/44216/>
6. Carassus L, Rásonyi M: Maximization of nonconcave utility functions in discrete-time financial market models. Math Oper Res, 41:(1) 146-173 (2016) <http://real.mtak.hu/44160/>
7. Füredi Z, Kostochka A, Verstraëte J: Stability in the Erdős-Gallai theorems on cycles and paths. J Comb Theory B, 121: 197-228 (2016) <http://real.mtak.hu/44181/>
8. Harari D, Szamuely T: Local-global questions for tori over p -adic function fields. J Algebraic Geom, 25:(3) 571-605 (2016) <http://real.mtak.hu/44233/>
9. Bodnár J, Némethi A: Lattice cohomology and rational cuspidal curves. Math Res Lett, 23:(2) 339-375 (2016) <http://real.mtak.hu/44213/>
10. Juhász I, Soukup L, Szentmiklóssy Z: Pinning down versus density. Isr J Math, 215:(2) 583-605 (2016) <http://real.mtak.hu/44236/>
11. Keleti T, Matolcsi M, de Oliveira Filho FM, Ruzsa IZ: Better bounds for planar sets avoiding unit distances. Discrete Comput Geom, 55:(3) 642-661 (2016) <http://real.mtak.hu/44372/>
12. Kun G, Szegedy M: A new line of attack on the dichotomy conjecture. Eur J Combin, 52: 338-367 (2016) <http://real.mtak.hu/44212/>
13. Major P: Sharp tail distribution estimates for the supremum of a class of sums of i.i.d. random variables. Stoch Proc Appl, 126:(1) 100-117 (2016) <http://real.mtak.hu/32402/>
14. Maróti A: A lower bound for the number of conjugacy classes of a finite group. Adv Math, 290: 1062-1078 (2016) <http://real.mtak.hu/44150/>
15. Némethi A, Sigurdsson B: The geometric genus of hypersurface singularities. J Eur Math Soc, 18:(4) 828-851 (2016) <http://real.mtak.hu/44386/>
16. Pyber L, Szabó E: Growth in finite simple groups of Lie type. J Am Math Soc, 29: 95-146 (2016) <http://real.mtak.hu/44517/>
17. Szemerédi E: Structural approach to subset sum problems. Found Comput Math, 16:(6) 1737-1749 (2016) <http://real.mtak.hu/44175/>